TEXTO DEL ESTUDIANTE

# Matemática 6° básico

Justin Alvarado B. • Marcela Rojas C. • Paulina Soto T. • Natalia Villalobos S.

REUTILIZABLE
TEXTO ESCOLAR


Ministerio de Educación
Gobierno de Chile



SANTILLANA

Texto del Estudiante

# Matemática

6° básico

**Justin Alvarado Brito**
Licenciada en Ciencias Exactas
Profesora de Educación Media en Matemática y Física
Universidad de Chile
Magíster en Didáctica de la Estadística y las Probabilidades
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

**Marcela Rojas Carvajal**
Licenciada en Matemática
Profesora de Educación Media en Matemática
Pontificia Universidad Católica de Chile
Magíster en Didáctica de la Matemática
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

**Paulina Soto Tobar**
Profesora de Educación General Básica Mención en Matemática
Universidad Alberto Hurtado

**Natalia Villalobos Silva**
Profesora de Matemática Mención Estadística Educacional
Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación
Magíster en Estadística
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

El Texto del Estudiante **Matemática 6° básico** es una obra colectiva, creada y diseñada por el Departamento de Investigaciones Educativas de Editorial Santillana, bajo la dirección de:

**Rodolfo Hidalgo Caprile**


**Subdirección editorial:**
Cristian Gúmera Valenzuela

**Coordinación editorial :**
Marcela Briceño Villalobos

**Jefatura de área:**
Patricio Loyola Martínez

**Edición:**
Daniel Catalán Navarrete

**Autoría:**
Justin Alvarado Brito
Marcela Rojas Carvajal
Paulina Soto Tobar
Natalia Villalobos Silva

**Consultoría:**
Rodrigo Vargas Vargas

**Solucionario:**
Rebeca Suárez del Puerto
María de los Ángeles Tapia

**Corrección de estilo:**
Rodrigo Silva Améstica

**Subdirección de arte:**
María Verónica Román Soto

**Diseño y diagramación:**
Marcela Ojeda Ampuero
Claudia Barraza Martínez

**Fotografías:**
Archivo editorial
Getty images
Shutterstock

**Cubierta:**
Concepción Rosado Herrero

**Documentación:**
Cristian Bustos Chavarría

**Producción:**
Rosana Padilla Cencever


En este libro se utilizan de manera inclusiva términos como «los niños», «los padres», «los hijos», «los apoderados», «profesores» y otros que refieren a hombres y mujeres.



Andrés Bello 2299 Piso 10, oficinas 1001 y 1002,
Providencia, Santiago (Chile)
Impreso en Chile por A Impresores S.A.
ISBN:978-956-15-3687-6 – Inscripción nº: 2020-A-10227
Se terminó de imprimir esta 4ª edición de 96.291 ejemplares
en el mes de septiembre del año 2023.
www.santillana.cl

Cuarto año de uso facultativo.
Cantidad de uso autorizada: 106.991

# Presentación

Este libro de **Matemática** se ha propuesto acompañarte en los nuevos y desafiantes caminos que se abrirán para ti este año. Comprender tu entorno natural, ser partícipe del desarrollo digital, aprender a expresarte y cuidar tu cuerpo y tu mente serán actividades que complementarán el crecimiento tanto personal como social que te ofrecerán el pensamiento crítico, la resolución de problemas y la comunicación de la información. Tu personal visión del mundo permitirá dar sentido a cada episodio que hallarás y ayudará a alcanzar las metas propuestas.

No lo dudes, **¡tú eres el protagonista de tu aprendizaje!**

## Iconografía

| Trabaja en forma grupal. | Trabaja en tu Cuaderno de Actividades. | Usa el recortable de tu Cuaderno de Actividades. | Usa una calculadora. |
|---|---|---|---|

# Índice





# Unidad 1 Nuestro planeta

Trabajarás **números y operaciones**:



## ¿Qué sabes?

Desarrolla en tu cuaderno

Evaluación diagnóstica

**Resuelve** y **explica** tus respuestas.

1. Un día terrestre tiene 24 horas.
   a. ¿Cuántas horas tienen 2 días?
   b. ¿Y 5 días?
   c. ¿Y 20 días?

2. Un año terrestre dura 365 días, aproximadamente. Una semana tiene 7 días. ¿Cuántas semanas tiene 1 año?

3. Delegados de distintos países del mundo asistieron a un congreso de cambio climático y se reunieron en grupos de trabajo. La cantidad de grupos que se formaron y el número de integrantes en cada uno se indican a continuación:

| Grupos (cantidad) | Delegados por grupo (cantidad) |
|---|---|
| 3 | 18 |
| 5 | 25 |
| 9 | 32 |

¿Cuántos delegados asistieron a la reunión?

4. Aproximadamente, $\frac{7}{10}$ de la superficie de la Tierra están cubiertos por agua.
   a. ¿Qué fracción no está cubierta por agua?
   b. ¿Qué fracción es mayor: la superficie cubierta por agua o la que no?

5. Una muestra de 1 L de atmósfera terrestre está compuesto por:

| Oxígeno (L) | Nitrógeno (L) |
|---|---|
| 0,21 | 0,78 |

   a. ¿Qué hay más: oxígeno o nitrógeno?
   b. ¿Cuántos litros de la muestra no son oxígeno ni nitrógeno?

**Reflexiona**

- ¿Qué te expresa la imagen?
- ¿Qué actividades humanas dañan nuestro planeta?
- ¿Cómo puedes ayudar a mejorar las condiciones de vida en la Tierra?

Lección 1

# Operaciones, múltiplos y factores

## Actívate

Tras un fin de semana, todas las playas de una localidad quedaron sucias. Una organización de protección del medioambiente tomó una foto a cada una de ellas:


La organización hizo un llamado a la comunidad para limpiarlas, logrando reunir 153 voluntarios.

**Responde**

1. ¿Cuántas playas hay en la localidad?
2. Los voluntarios se repartirán equitativamente. ¿Cuántos se encargarán de limpiar cada playa?
3. La organización distribuyó 62 kg de frutas por día entre los voluntarios. ¿Cuántos kilogramos repartirá en 2 semanas?

**Reflexiona**

- ¿Qué harías para disminuir la contaminación de las playas?

Puedes iniciar con ⟶ *https://bit.ly/2tMLftf* y *https://bit.ly/2NSVRgZ*

# Operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división

La industria CKA emitió en enero la cantidad de dióxido de carbono que se indica en la imagen. En febrero, 2 124 kg más que en enero, y en marzo, 4 500 kg menos que en febrero.


## Ejemplo 1 — problema

**¿Cuántos kilogramos de dióxido de carbono emitió la industria en marzo?**

1. Identifica los datos.

   *8 298 kg* *2 124 kg* *4 500 kg*

2. Plantea las operaciones y realízalas.

   - Adición para febrero: suma 8 298 + 2 124.

| | DM | UM | C | D | U | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 8 | 2 | 9 | 8 | ⟵ sumando |
| + | | 2 | 1 | 2 | 4 | ⟵ sumando |
| | 1 | 0 | 4 | 2 | 2 | ⟵ suma |

   - Sustracción para marzo: resta 4 500 al resultado anterior.

| | DM | UM | C | D | U | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | ~~1~~ | ~~0~~ | 4 | 2 | 2 | ⟵ minuendo |
| – | | 4 | 5 | 0 | 0 | ⟵ sustraendo |
| | | 5 | 9 | 2 | 2 | ⟵ resta o diferencia |

3. Responde.

   La industria emitió 5 922 kg de $CO_2$ en marzo.

**Aprende** *Ciencias*

El dióxido de carbono es un gas que contribuye al efecto invernadero. Su fórmula química es $CO_2$.

- ¿Cómo comprobarías el resultado de la sustracción?
- ¿Cómo identificas qué operación debes realizar para resolver un problema? Da un ejemplo de una situación en que debas sumar y otro ejemplo en que debas restar.
- ¿Cómo podría ayudarte una tabla de valor posicional a sumar y restar números grandes? Apóyate en el recortable sugerido.

Página 191.

En ocasiones, puedes estimar un resultado al resolver un problema aditivo y luego comprobarlo con las operaciones de **adición** y **sustracción**.

## Ejemplo 2

**problema**

**Cada una de las tres chimeneas de la industria CKA emite la misma cantidad de $CO_2$. ¿Cuántos kilogramos emitió una en febrero?**

1. Identifica los datos.

   Repasa el Ejemplo 1. → 10 422 kg   3

2. Plantea la operación y realízala.

   Divide 10 422 : 3.

   **Sin calculadora**

   | | | | | | | | | | | | | | |
   |---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
   | 1 | 0' | 4' | 2' | 2' | : | 3 | = | 3 | 4 | 7 | 4 |
   | | 1 | 4 | | | | | | | | | |
   | | | 2 | 2 | | | | | | | | |
   | | | | 1 | 2 | | | | | | | |
   | | | | | 0 | | | | | | | |

   **Con calculadora**

   - Tipea el dividendo y elige la operación:

     1 → 0 → 4 → 2 → 2 → ÷

   - Tipea el divisor y presiona «igual»:

     3 → =

     3 474

3. Responde.

   Una chimenea emitió 3 474 kg de $CO_2$ en febrero.

## Ejemplo 3

**problema**

**Se estima que el costo de reducir 1 kg de $CO_2$ de las emisiones de la industria es $80. ¿Cuál es el costo estimado de la reducción de marzo?**

1. Identifica los datos.

   Repasa el Ejemplo 1. → 4 500 kg   $80 ··· *¿Qué mide este dato?*

2. Plantea la operación y realízala.

   Multiplica 4 500 • 80.

   **Sin calculadora**

   | | | | | | | | | |
   |---|---|---|---|---|---|---|---|---|
   | | | 4 | 5 | 0 | 0 | • | 8 | 0 |
   | | | 0 | 0 | 0 | 0 | | | |
   | + | 3 | 6 | 0 | 0 | 0 | | | |
   | | 3 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |

   **Explica** otra forma de resolver esta multiplicación.

   **Con calculadora**

   - Tipea el primer factor y elige la operación:

     4 → 5 → 0 → 0 → ×

   - Tipea el segundo factor y presiona «igual»:

     8 → 0 → =

     360 000

3. Responde.

   El costo estimado de la reducción es $360 000.

Además de la adición y sustracción, algunos problemas se resuelven con las operaciones de **multiplicación** y **división**. Recuerda la prioridad de las operaciones:

1° Paréntesis.

2° Multiplicación y división de izquierda a derecha.

3° Adición y sustracción de izquierda a derecha.

**Reflexiona**

¿Cómo la creatividad te ayuda a resolver problemas?

## Ejemplo 4

**problema**

**¿Cuál es el resultado de 2 500 · (20 + 160 : 20)?**

1. Aplica la prioridad de las operaciones y resuelve.

| | |
|---|---|
| 2 500 · (20 + 160 : 20) | ← Primero resuelve el paréntesis. |
| 2 500 · (20 + 160 : 20) | ← Dentro del paréntesis, resuelve primero la división. |
| 2 500 · (20 + 8) | ← Suma. |
| 2 500 · (28) | ← Elimina el paréntesis. |
| 2 500 · 28 | ← Multiplica. |
| 70 000 | |

2. Responde.
El resultado es 70 000.

## Practica en tu cuaderno

**1.** **Elabora un listado con los pasos que aplicas para resolver un problema.**

**2.** **Calcula.**

**a.** 18 546 + 3 087 **b.** 10 117 • 15 – 18 445 **c.** 12 500 • 31 + 10 443 : 3

**3.** *Ciencias* **Se estima que una vaca genera diariamente 200 g de metano, gas de efecto invernadero. Calcula cuánto metano producen criaderos con las siguientes cantidades de vacas:**

**a.** 97 **b.** 175 **c.** 590 **d.** 1 745

**4.** **Resuelve el problema.**

Leo compró una taza en $1 850 y un hervidor en $6 300.

**a.** ¿Cuánto dinero gastó?

**b.** Si pagó con dos billetes de $5 000, ¿cuánto vuelto recibió?

**5.** **¿Cuál de los problemas puede resolverse con una sustracción? Explica cómo lo supiste.** [Profundización]

- **Problema A**: Andrea tiene $2 870 y necesita reunir $8 800. ¿Cuánto dinero le falta?
- **Problema B**: Andrea tenía $2 870 y su abuela le dio $5 500. ¿Cuánto dinero tiene ahora?

Páginas 6 a 9.

# Múltiplos, factores y divisores

Felipe lleva sus residuos domiciliarios a un punto de reciclaje cada 3 días. Su vecina Mónica va al mismo lugar cada 4 días.

Ambos coincidieron en el centro de reciclaje el día que se indica en la imagen.


## Ejemplo 1

problema

**¿Qué días de marzo Felipe irá al punto de reciclaje?**

1. Marca los días que Felipe irá al punto de reciclaje en el calendario.

   Debes ir contando de 3 en 3.

**Febrero**

| Lu | Ma | Mi | Ju | Vi | Sa | Do |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
| 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
| | | | | | | |

**Marzo**

| Lu | Ma | Mi | Ju | Vi | Sa | Do |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
| 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
| 29 | 30 | 31 | | | | |

Desde este día inicias el conteo.

2. Responde.

   Felipe irá al punto de reciclaje los días 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27 y 30 de marzo.

- ¿Cómo puedes obtener la secuencia numérica anterior a partir de 3?

Un **múltiplo** de un número natural corresponde al producto que se obtiene al multiplicar dicho número por otro número natural. Por ejemplo:

$$M(3) = \{\underset{3 \cdot 1}{3},\ \underset{3 \cdot 2}{6},\ \underset{3 \cdot 3}{9},\ \underset{3 \cdot 4}{12},\ \underset{3 \cdot 5}{15}\ldots\}$$

*¿Cuántos elementos tiene este conjunto?*

## Ejemplo 2

problema

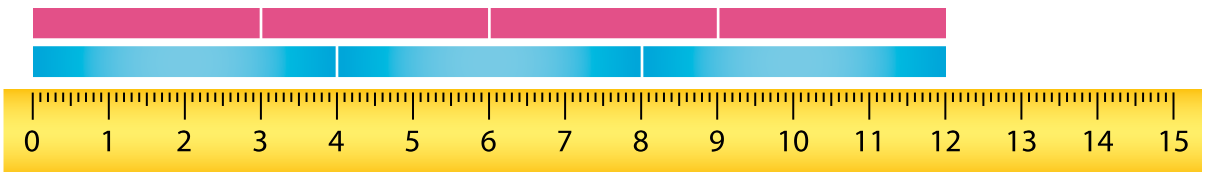
¿Qué día de marzo Felipe y Mónica coincidirán en el punto de reciclaje por primera vez?

1. Recorta tiras de papel.

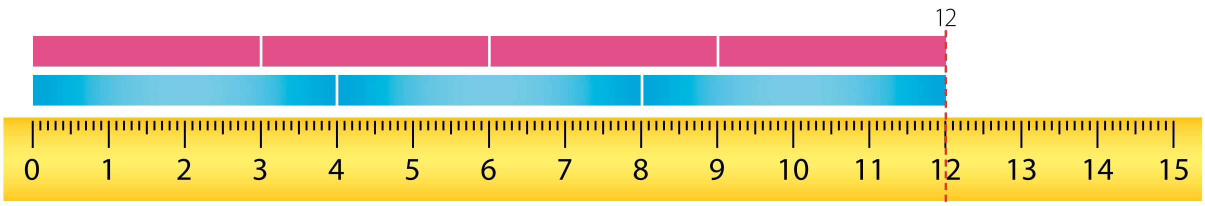
   De 3 cm de largo: 

   De 4 cm de largo: 

2. Consigue una regla y ubica las tiras de papel.




3. Marca la posición en que coinciden las tiras.




4. Interpreta en el calendario la posición marcada y responde.

**Febrero**

| Lu | Ma | Mi | Ju | Vi | Sa | Do |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
| 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
| | | | | | | |

**Marzo**

| Lu | Ma | Mi | Ju | Vi | Sa | Do |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
| 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
| 29 | 30 | 31 | | | | |

**Explica** a un compañero por qué se realizaron 12 saltos.

Felipe y Mónica coincidirán en marzo por primera vez el día 12.

- ¿Qué día de marzo Felipe y Mónica coincidirán por segunda vez?

El **mínimo común múltiplo (m. c. m.)** de dos o más números naturales corresponde al menor de sus múltiplos comunes. Observa que el m. c. m. de 3 y 4 es 12:

$$M(3) = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21...\}$$

$$M(4) = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28...\}$$

El m. c. m. de 3 y 4 coincide con su producto. ¿Es siempre así? Calcula el m. c. m. de 6 y 12 y comprueba.

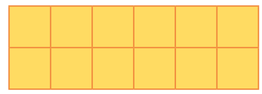
## Ejemplo 3

problema

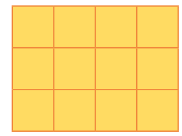
**¿De cuántas maneras puede escribirse 12 como el producto de la multiplicación de dos números naturales?**

1. Recorta 12 cuadrados de papel.
2. Arma con ellos todos los rectángulos que puedas y, a partir de ellos, determina todas las multiplicaciones cuyo producto es 12.

$1 \cdot 12 = 12$



$2 \cdot 6 = 12$



$3 \cdot 4 = 12$

*¿Por qué no es posible formar más rectángulos que los que se muestran?*

3. Responde.

Las multiplicaciones cuyo producto es 12 son $1 \cdot 12$, $2 \cdot 6$ y $3 \cdot 4$.

*¿Cómo expresarías estas multiplicaciones si aplicas la propiedad conmutativa?*

- ¿Cómo determinarías los pares de números naturales cuyo producto es 18? **Compara** tu estrategia con la de un compañero e identifica similitudes y diferencias.
- ¿De cuántas maneras puede escribirse 8 como el producto de la multiplicación de dos números naturales?, ¿y 16?, ¿y 17?, ¿y 20?

Los **factores** de un número natural son los números cuyo producto es igual al número natural. Por ejemplo, los pares de factores de 12 son 1 y 12, 2 y 6, y 3 y 4.

Los **divisores** de un número natural son los números naturales que lo dividen en forma exacta. Por ejemplo, los divisores de 12 son 1, 2, 3, 4, 6 y 12.

**Reflexiona**

¿De qué manera una actitud positiva te ayudó a trabajar este contenido?

## Practica en tu cuaderno

**1. Define.**

**a.** Múltiplo. **b.** Factor. **c.** Divisor.

**2. Identifica el factor que falta.**

**a.** $5 \cdot \textbf{?} = 45$ **b.** $\textbf{?} \cdot 8 = 88$ **c.** $\textbf{?} \cdot 17 = 102$

**3. Describe cómo obtendrías:**

**a.** los primeros seis múltiplos de 5. **b.** los divisores del número 32.

**4.** **Determina** los cinco primeros múltiplos de:

**a.** 1 **b.** 2 **c.** 6 **d.** 7 **e.** 8

**5.** **Determina** un par de factores de:

**a.** 9 **b.** 10 **c.** 18 **d.** 30 **e.** 64

**6.** **Determina** el m. c. m.

**a.** 2 y 3 **b.** 4 y 7 **c.** 3, 4 y 5 **d.** 2, 5 y 9

**7.** **Resuelve** los **problemas**.

**a.** Leticia programó la alarma de su celular a las 07 : 20 y la configuró para que se repita cada 15 minutos. Además, para no quedarse dormida, programó la alarma de su reloj de velador también a las 07 : 20. Si esta segunda alarma se repite cada 10 minutos, ¿a qué hora coincidirán por segunda vez las alarmas de su celular y de su reloj de velador si no las apaga antes?

**b.** Alejandra da una vuelta a una cancha en 6 min y su hermano, en 9 min. Si comenzaron a correr juntos desde la partida, ¿en cuántos minutos coincidirán nuevamente en ella?

**c.** Roberto compró el mismo juego de piezas de madera para cada uno de sus hijos. Cada niño agrupó todas las piezas de su juego como indica a continuación:


Si cada uno ocupó todas sus piezas en forma exacta, ¿cuántas piezas tiene el juego como mínimo?

**8.** ¿Qué relación existe entre los factores y los divisores de 36? Escríbelos y **compara**.

**9.** **Verifica** si cada afirmación es verdadera o falsa. **Justifica**.

**a.** 26 es múltiplo de 2 y de 3 a la vez.

**b.** Todo número par tiene solo factores pares.

**c.** El m. c. m. de 2 y 6 es 12.

**d.** El 8 tiene exactamente tres divisores.

**10.** ¿Cuál de las afirmaciones es verdadera? **Explica** por qué.

- **Afirmación A**: Los múltiplos de 3 son también múltiplos de 6.
- **Afirmación B**: Los múltiplos de 3 y los de 6 son los mismos.
- **Afirmación C**: Los múltiplos de 6 son también múltiplos de 3.

Páginas **10** a **13**.

# Números primos y compuestos

Un grupo de jóvenes trabaja por la preservación del hábitat de los pingüinos. El profesor les planteó la siguiente adivinanza para que descubran la cantidad de pingüinos de una comunidad que serán estudiados:

Séptimo número natural mayor que 1 que solo es divisible por 1 y por sí mismo.

## Ejemplo

**problema**

**¿Cuántos pingüinos serán estudiados?**

1. Escribe en tu cuaderno los números naturales del 2 al 50. Destaca con rojo el 2 y con amarillo todos sus múltiplos.

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 |
| 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | | |

**Aprende** *Ciencias*

El calentamiento de nuestro planeta provoca el lento deshielo de los polos.

2. A continuación destaca con rojo el 3 y con amarillo todos sus múltiplos. Haz lo mismo para los números que no van quedando destacados con amarillo: primero el 5, luego el 7, etc.

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 |
| 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | | |

Todos los números destacados con rojo tienen solo dos divisores.

3. Escribe los números destacados con rojo y selecciona el séptimo.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 y 47

4. Responde.

Serán estudiados 17 pingüinos.

- ¿Qué estrategia habrías usado tú para resolver la adivinanza del Ejemplo?, ¿por qué?

Un **número primo** es aquel número natural mayor que 1 que tiene solo dos divisores, que son el 1 y el propio número. Por ejemplo, el 5, ya que solo es divisible por 1 y por 5.

Si un número natural tiene más de dos divisores se dice que es un **número compuesto**. Por ejemplo, el 10, ya que es divisible por 1, por 2, por 5 y por 10.

Todo número compuesto puede escribirse como el producto de **factores primos**. Por ejemplo, el 10 puede escribirse como 10 = 2 • 5.

**Reflexiona**

¿Cuál de los contenidos de esta lección despertó tu interés?, ¿por qué?

*¿Cómo puedes determinar los factores primos de un número?*

## **Practica** en tu cuaderno

1. **Clasifica** en primo o compuesto.

| | | |
|---|---|---|
| **a.** 7 | **c.** 24 | **e.** 45 |
| **b.** 17 | **d.** 33 | **f.** 101 |

2. **Descompón** en factores primos.

| | | |
|---|---|---|
| **a.** 14 | **c.** 36 | **e.** 66 |
| **b.** 24 | **d.** 49 | **f.** 140 |

3. **Explica** si las afirmaciones son verdaderas o falsas.
   - **a.** Todos los números primos son impares.
   - **b.** Todos los números de dos o más cifras terminados en 0 son compuestos.
   - **c.** Todos los números de dos o más cifras terminados en 9 son primos.
   - **d.** Entre los números 31 y 39 hay solo un número primo.

4. **Verifica** lo que afirman Andrea y Claudia:



¿Cuál de ellas tiene la razón? ¿O ambas están equivocadas? **Justifica**.

Páginas **14** y **15**.

## Sintetiza

| Operaciones | Múltiplos y factores | Números primos y compuestos |
|---|---|---|
| **Adición**<br>**Sustracción**<br>**Multiplicación**<br>**División**<br>de números naturales | **Múltiplos** de 9:<br>$M(9) = \{9, 18, 27, 36\ldots\}$<br>**Factores** de 9:<br>1 y 9, y 3 y 3. | 7 es **primo** porque solo es divisible por 1 y por sí mismo; y 10 es **compuesto** porque es divisible por 1 y por sí mismo y, además, por 2 y por 5. |

# ¿Cómo vas?

Desarrolla en tu cuaderno

**1.** Calcula.

- **a.** 8 950 + 1 577
- **b.** 7 211 – 6 665
- **c.** 7 982 – 5 643
- **d.** 1 453 • 8
- **e.** 4 586 • 14
- **f.** 9 384 : 23
- **g.** 1 230 – 120 • 8
- **h.** 6 245 : 5 + 1 543

**2.** Calcula.

- **a.** 105 278 + 99 122
- **b.** 87 111 – 78 506
- **c.** 1 045 771 – 720 547
- **d.** 43 356 • 129
- **e.** 53 922 : 258
- **f.** 326 310 : 365
- **g.** 4 008 + 12 900 – 8 226
- **h.** 1 098 • 2 576 – 3 025 : 5
- **i.** (23 161 – 7 825) : 568

**3.** **Determina** los cinco primeros múltiplos de:

- **a.** 4
- **b.** 9
- **c.** 12
- **d.** 13
- **e.** 21
- **f.** 30

**4.** **Determina** un par de factores de:

- **a.** 6
- **b.** 10
- **c.** 15
- **d.** 20
- **e.** 24
- **f.** 38

**5.** **Examina** los números y responde.

**1°** Escribe los primeros 10 números primos.

**2°** ¿Qué característica tienen en común?

**3°** Escribe los primeros 10 números compuestos.

**4°** ¿Qué diferencia a ambos tipos de números?

**6.** **Determina** el m. c. m.

- **a.** 1 y 7
- **b.** 2 y 7
- **c.** 3 y 6
- **d.** 5 y 9
- **e.** 2, 3 y 5
- **f.** 4, 7 y 12

**7.** Llama $b$ al m. c. m. de 4, 9 y 12.

- **a.** **Determina** el valor de $b$.
- **b.** **Verifica** que $b$ es divisor de 4 • 9 • 12.

**8.** **Resuelve** los **problemas**.

**a.** *Ciencias Sociales* El público que asistió a ver cine chileno entre 2014 y 2018 fue el siguiente:

| Tiempo (año) | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 |
|---|---|---|---|---|---|
| Espectadores (cantidad) | 799 592 | 926 563 | 1 730 033 | 201 309 | 739 154 |

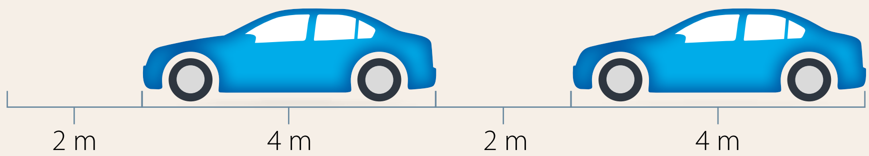
**Fuente**: Ministerio de las Culturas, las Artes y el Patrimonio. «Resultados Estudio oferta y consumo de cine en Chile, 2018».

¿En qué par de años consecutivos se produjo un mayor aumento en la cantidad de espectadores?

**b.** Una persona debe tomar el remedio $A$ cada 4 horas, el $B$ cada 6 horas y el $C$ cada 8 horas. Si tomó los tres remedios a las 07:00 del lunes,

- ¿a qué hora del martes tomará los tres remedios en forma simultánea nuevamente?
- ¿cuántas dosis de cada remedio habrá tomado a las 05:00 del martes?

**c.** En un tramo con dos pistas de una carretera se ha formado un taco vehicular. Un modelo que representa la secuencia de automóviles en cada pista es el siguiente:




Si el tramo mide 1 020 m, ¿cuántos automóviles estimas que podría haber en el taco?
[PROFUNDIZACIÓN]

**9.** **Determina** el m. c. m. de 2, 5 y 6. Elige una de las estrategias. **Justifica** tu elección.

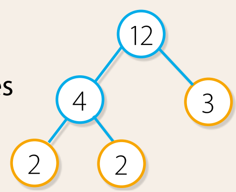
- Con tiras de papel de 2 cm, 5 cm y 6 cm y una regla o cinta métrica.
- Anotando los múltiplos de 2, 5 y 6 en una secuencia de números de 1 a 100.
- Otra forma que prefieras.

**10.** Dos integrantes. Cada uno elige una de las siguientes estrategias para determinar los factores primos de 12:

Tabla de factores

| | | |
|---|---|---|
| 12 | : | 2 |
| 6 | : | 2 |
| 3 | : | 3 |
| 1 | | |

Árbol de factores




- **Etapa 1** (individual): **Explica** tu estrategia a tu compañero de grupo.
- **Etapa 2** (individual): ¿Cuáles son los factores primos de 12? Responde **aplicando** la estrategia que analizaste.
- **Etapa 3** (grupal): ¿Cuál de las estrategias prefieren?, ¿por qué?

Páginas 16 y 17.

## Retroalimentación

¿Tuviste dificultades para realizar cálculos con las cuatro operaciones?

- Sí → Refuerza en las páginas 9 a 11 de tu libro y puedes visitar *https://bit.ly/37di0RD*.
- No → ¿En qué forma te ayudó la calculadora?

¿Pudiste comprender los conceptos de múltiplo y de factor?

- Sí → ¿En qué se diferencian?
- No → Refuerza en las páginas 12 a 17 de tu libro y puedes visitar *https://bit.ly/2Iw5ySM*.

Lección 2

# Fracciones y números mixtos

## Actívate

Algunas ciudades del mundo se esfuerzan por proteger el medioambiente.


Oslo, Noruega

Capital Verde de Europa 2019. Se estima que $\frac{6}{20}$ de los vehículos vendidos en 2019 fueron eléctricos y $\frac{3}{20}$, híbridos.

**Fuentes:** Comisión Europea. *https://bit.ly/2Etr7hs*


Ciudad de Singapur, Singapur

Considerada la Ciudad Inteligente de 2018. Aproximadamente, $\frac{12}{25}$ de su superficie poseen cobertura verde.

**Fuentes:** Esmartcity. *https://bit.ly/2txmhOf*
Directivos y Empresas. *https://bit.ly/3k7fmAL*

### Responde

**1.** ¿Qué fracción de los vehículos vendidos en Oslo fueron eléctricos o híbridos?

$$\frac{6}{20} + \frac{3}{20} = \frac{?}{?}$$

**2.** ¿Qué fracción no fueron eléctricos ni híbridos?

$$\frac{20}{20} - \frac{?}{?} = \frac{?}{?}$$

**3.** ¿Qué fracción con denominador 100 es equivalente a la usada en la información de Ciudad de Singapur?

$$\frac{12 \cdot ?}{25 \cdot ?} = \frac{?}{100}$$

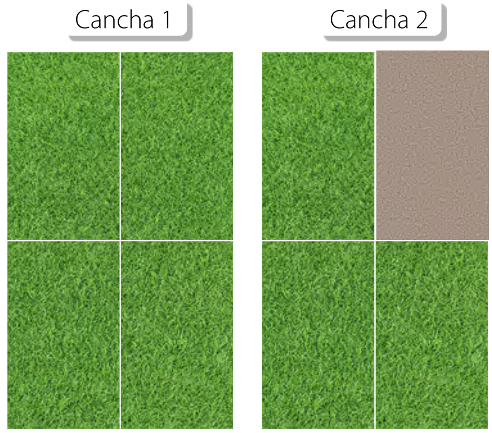
Puedes iniciar con ⟶ *https://bit.ly/2NUKHIR*

**Reflexiona**

- ¿Crees que tu ciudad es una ciudad inteligente?, ¿por qué?
- ¿Cómo se llaman los términos que forman una fracción?

# Fracciones impropias y números mixtos

En una ciudad se construyen 2 nuevas canchas de fútbol en el sitio que ocupaba un basural. Cada una se muestra dividida en partes equivalentes.



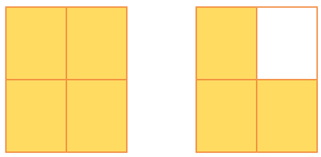

Se han instalado la cancha 1 completa y $\frac{3}{4}$ de la cancha 2.

## Ejemplo 1

**¿Qué fracción representa el total de pasto instalado?**

*¿La fracción será mayor o menor que 1?*

1. Utiliza una representación.



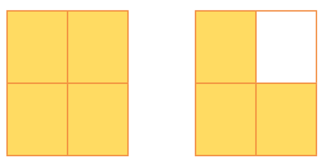
$$\frac{4}{4} \quad + \quad \frac{3}{4} \quad = \frac{7}{4}$$

2. Interpreta las partes de la fracción $\frac{7}{4}$.

Cantidad de partes en que se dividió cada región (denominador). → $\frac{7}{4}$ ← Cantidad total de partes pintadas (numerador).

**Explica** la diferencia entre una fracción propia y una impropia.

3. Expresa como número mixto.



$$1 \quad + \quad \frac{3}{4} \quad = 1\frac{3}{4}$$

*¿Qué tipo de fracción es $\frac{7}{4}$?, ¿por qué? Comenta con un compañero.*

4. Responde.

La fracción que representa el total de pasto instalado es $\frac{7}{4}$ o, equivalentemente, $1\frac{3}{4}$.

**Las fracciones se clasifican en:**

- **propias:** son menores que un entero, ya que el numerador es menor que el denominador.

  Ejemplo:

  $\frac{1}{2}$, porque $1 < 2$.

- **equivalentes a la unidad:** el numerador es igual al denominador, es decir, equivale a una unidad o entero.

  Ejemplo:

  $\frac{3}{3} = 1$, porque $3 = 3$.

- **impropias:** son mayores que un entero, ya que el numerador es mayor que el denominador. Se pueden representar utilizando números mixtos, compuestos por una parte entera y una fracción propia.

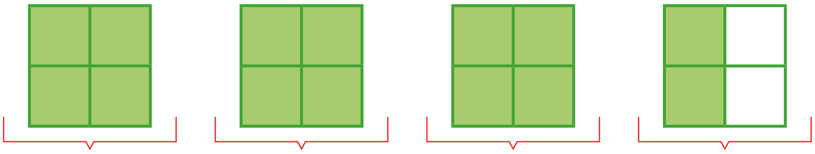
  $\frac{10}{6}$, porque $10 > 6$.

## Ejemplo 2

problema

**Las autoridades de la ciudad decidieron construir 2 canchas más, completando 4. A $3\frac{2}{4}$ de ellas ya se les instaló pasto. ¿Qué fracción representa el total de pasto instalado?**

1. Utiliza una representación en que cada cancha esté dividida en partes equivalentes.



$$1 + 1 + 1 + \frac{2}{4} = 3 + \frac{2}{4} = 3\frac{2}{4}$$

$$\frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{2}{4} = \frac{4+4+4+2}{4} = \frac{14}{4}$$

2. Interpreta las partes de la fracción impropia anterior.

Cantidad de partes en que se dividió cada entero (denominador). $\longrightarrow$ $\frac{14}{4}$ $\longleftarrow$ Cantidad total de partes pintadas (numerador).

3. Comprueba la equivalencia entre la fracción impropia y el número mixto.

$$3\frac{2}{4} = 3 + \frac{2}{4} = \frac{12}{4} + \frac{2}{4} = \frac{12+2}{4} = \frac{14}{4}$$

O en forma abreviada: $3\frac{2}{4} = \frac{3 \cdot 4 + 2}{4} = \frac{12+2}{4} = \frac{14}{4}$

**Reflexiona**

¿En qué forma la curiosidad motiva tu trabajo?

4. Responde.

La fracción que representa el total de pasto instalado es $\frac{14}{4}$ que equivale al número mixto $3\frac{2}{4}$.

- ¿Cómo cambia este desarrollo si al inicio simplificas por 2 la parte fraccionaria del número mixto? **Explica**.

**Fracción impropia:**

- Su numerador es mayor que su denominador.
- Su valor es mayor que 1.
- Puede hallarse un número mixto equivalente a ella. Por ejemplo, para $\frac{10}{6}$ se tiene que:

$$\begin{array}{r} 10 : 6 = 1 \\ -\ \ 6 \phantom{: 6 = 1} \\ \hline 4 \phantom{: 6 = 1} \end{array} \longrightarrow \text{Por lo tanto, } \frac{10}{6} = 1\frac{4}{6}.$$

**Número mixto:**

- Está formado por un número entero y una fracción propia.
- Su valor es mayor que 1.
- Puede hallarse una fracción impropia equivalente a él. Por ejemplo, para $3\frac{2}{5}$ se tiene que:

$$\frac{3 \cdot 5 + 2}{5} = \frac{15+2}{5} = \frac{17}{5}$$

Por lo tanto, $3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$.

## Practica en tu cuaderno

**1.** Clasifica cada fracción en propia, equivalente a la unidad o impropia.

**a.** $\frac{9}{9}$ **b.** $\frac{7}{5}$ **c.** $\frac{8}{10}$ **d.** $\frac{9}{2}$ **e.** $\frac{3}{6}$ **f.** $\frac{10}{10}$

**2.** Expresa cada fracción como número mixto y viceversa.

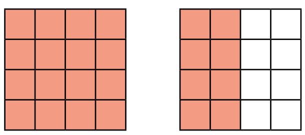
**a.** $\frac{5}{2}$ **b.** $\frac{8}{7}$ **c.** $\frac{30}{9}$ **d.** $\frac{62}{15}$ **e.** $1\frac{2}{3}$ **f.** $7\frac{1}{2}$ **g.** $4\frac{5}{11}$ **h.** $20\frac{3}{14}$

**3.** **Resuelve** el **problema**.

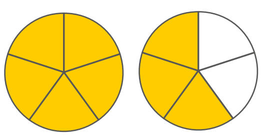
¿Cuál es el número mixto equivalente a una fracción, tal que «si dividimos su numerador por su denominador, el divisor es 5, el cociente es 2 y el resto es 4»?

**4.** Escribe como fracción y como número mixto cada una de las representaciones.

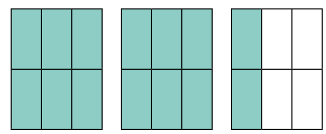
**a.**



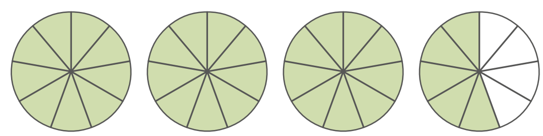
**b.**



**c.**



**d.**



**5.** **Relaciona** cada desarrollo con un número mixto y la fracción equivalente. [PROFUNDIZACIÓN]

**a.** $1 + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3+2}{3}$

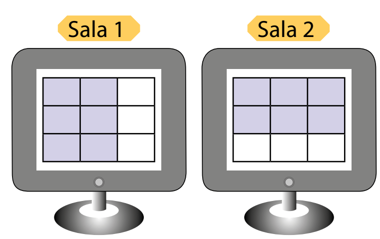
**b.** $5 + \frac{4}{9} = \frac{45}{9} + \frac{4}{9} = \frac{45+4}{9}$

**c.** $\frac{4 \cdot 7 + 5}{7} = \frac{28+5}{7}$

**d.** $\frac{11 \cdot 11 + 1}{11} = \frac{121+1}{11}$

**6.** **Resuelve** el **problema**. Elige una de las estrategias. **Justifica** tu elección.

Carolina trabaja en una tienda con dos salas de conexión a internet. Ella controla el uso de los equipos en las pantallas de la imagen. Cuando un equipo está ocupado, se ilumina una luz azul. ¿Qué fracción representa los equipos ocupados en las salas?, ¿qué número mixto?



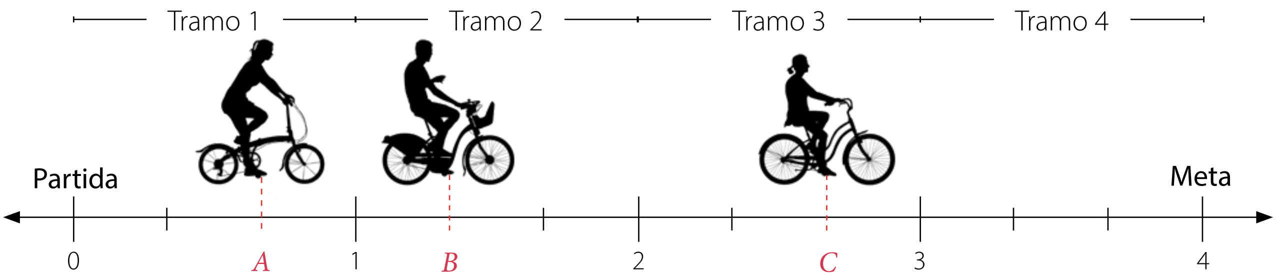

Ambas regiones están divididas en partes equivalentes.

- Recortando trozos de papel.
- Trasladando mentalmente los recuadros iluminados para completar el entero.
- Usando la adición de fracciones propias.

Páginas 18 a 21.

# Fracciones impropias y números mixtos en la recta numérica

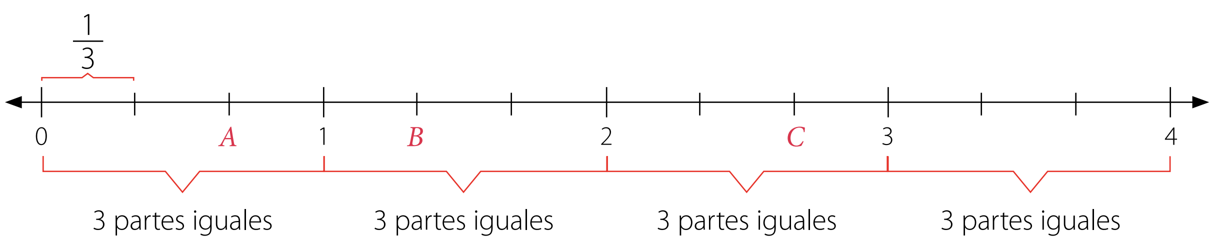
Andrea ($A$), Braulio ($B$) y Camila ($C$) están participando en una cicletada. El recorrido está dividido en 4 tramos de 1 km de longitud cada uno. Los organizadores del evento llevan un registro del avance de los participantes y en la siguiente recta numérica muestran el lugar en que se encuentran los tres amigos:




## Ejemplo 1

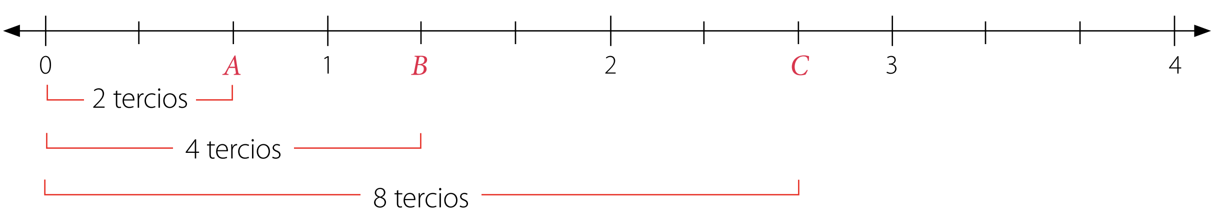
**¿Cuántos kilómetros ha recorrido cada uno desde la partida?**

1. Identifica en cuántas partes iguales se dividió cada tramo.




2. Determina cuántos tercios hay entre 0 y $A$, $B$ y $C$.

Cuenta de izquierda a derecha desde la partida.




3. Responde.

Andrea ha recorrido $\frac{2}{3}$ km, Braulio $\frac{4}{3}$ km y Camila $\frac{8}{3}$ km desde la partida.

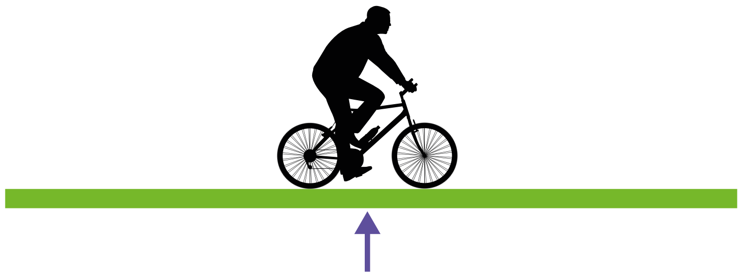
Las **fracciones propias** positivas se ubican entre 0 y 1 en la recta numérica, mientras que las **fracciones impropias** positivas se ubican a la derecha del 1.

¿Cuáles de las distancias recorridas por los ciclistas son fracciones propias?, ¿cuáles impropias?

## Ejemplo 2

problema

Felipe también está participando en la cicletada. La cantidad de kilómetros que lleva recorridos se indica a continuación:



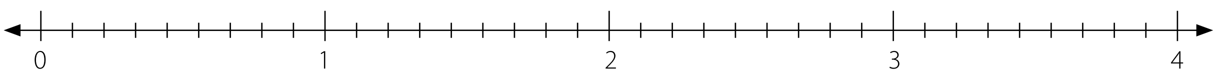
$3\frac{2}{9}$ km

**¿Cuál es su ubicación en la recta numérica?**

1. Dibuja la recta numérica.

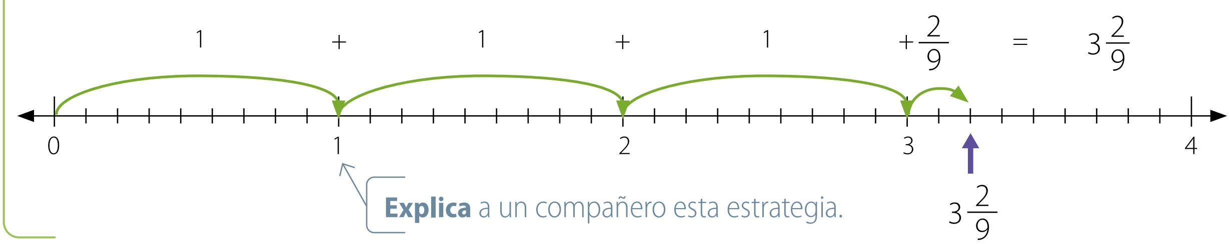
   Divide cada entero en 9 partes iguales.

   *¿Por qué hay que dividir en 9 partes iguales?*




2. Ubica el número mixto considerando los enteros y la fracción.

   De izquierda a derecha, comenzando en el 0, cuenta 3 unidades (parte entera del número mixto) y 2 novenos más (parte fraccionaria).




**Explica** a un compañero esta estrategia.

- ¿A qué fracción impropia es equivalente el número mixto $3\frac{2}{9}$? **Explica**.
- ¿Cuál de los ciclistas ha recorrido mayor distancia desde la partida, Felipe o alguno de los amigos del Ejemplo 1, Andrea, Braulio o Camila?
- Si ubicas las fracciones $\frac{5}{3}$ y $\frac{15}{9}$ en la recta numérica, ¿qué posición ocupan? ¿Qué puedes **concluir**?

Las **fracciones** y los **números mixtos** pueden representarse en la **recta numérica**. En ella puedes establecer relaciones de orden y de equivalencia. Para determinar la ubicación de una fracción, puedes dividir equitativamente cada entero en tantas partes como indica su denominador y luego considerar las partes que indica su numerador.

## Ejemplo 3

problema

¿Qué fracción es mayor, $\frac{14}{12}$ o $\frac{24}{18}$?

1. Iguala el denominador de las fracciones, para luego representarlas en la recta numérica.

Simplifica por 2 la fracción $\frac{14}{12}$

$$\frac{14 : 2}{12 : 2} \blacktriangleright \frac{7}{6}$$

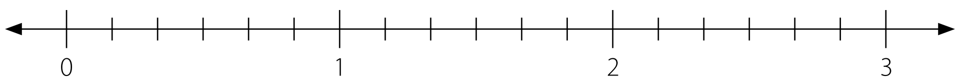
Para **simplificar** una fracción, se dividen el numerador y el denominador por el mismo número natural, distinto de 1. Cuando no se puede simplificar, se dice que la fracción es **irreducible**.

Simplifica por 3 la fracción $\frac{24}{18}$

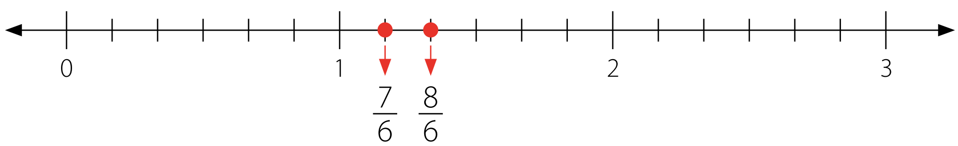
$$\frac{24 : 3}{18 : 3} \blacktriangleright \frac{8}{6}$$

2. Representa las fracciones irreducibles $\frac{7}{6}$ y $\frac{8}{6}$ en la recta numérica.

Dado que ambas fracciones tienen denominador igual a 6, en la recta numérica cada unidad debe dividirse en 6 partes iguales.




Ubica ahora las fracciones, contando tantas divisiones como indica el numerador de cada una de ellas.




3. Responde.

La fracción $\frac{24}{18}$ es mayor que la fracción $\frac{14}{12}$, ya que se ubica a la derecha de ella en la recta numérica.

**Reflexiona**

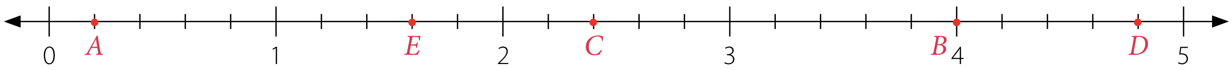
¿Qué entiendes por ser flexible cuando resuelves un problema?

- ¿A qué números mixtos corresponden las fracciones anteriores?
- ¿Qué fracción es mayor, $\frac{12}{10}$ o $\frac{21}{15}$?
- ¿En qué casos, para comparar dos o más fracciones, sería necesario amplificar en vez de simplificar? Describe un ejemplo.

Para **amplificar** una fracción, se multiplican el numerador y el denominador por el mismo número natural, distinto de 1.

## **Practica** en tu cuaderno

**1.** Observa la recta numérica.




**a.** ¿Qué números se ubican en $A$, $B$, $C$, $D$ y $E$?

**b.** Plantea tres relaciones de orden en que cada una involucre, al menos, a dos de los números que se ubican en $A$, $B$, $C$, $D$ y $E$.

**2.** Ubica en la recta numérica.

**a.** $\frac{8}{7}$

**b.** $2\frac{2}{7}$

**c.** $3\frac{6}{7}$

**d.** $\frac{21}{7}$

**e.** $4\frac{2}{14}$

**f.** $\frac{16}{14}$

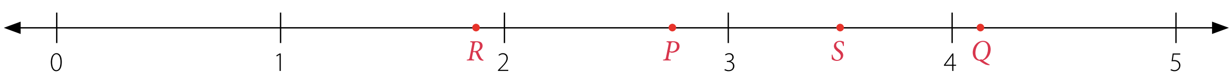
**g.** $\frac{32}{14}$

**h.** $5\frac{5}{14}$

**3.** **Resuelve el problema**. [PROFUNDIZACIÓN]

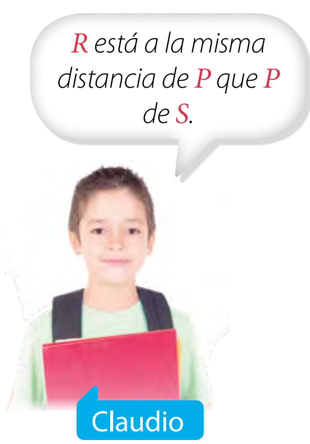
En la recta numérica se han ubicado las letras $R$, $P$, $S$ y $Q$, de manera que:

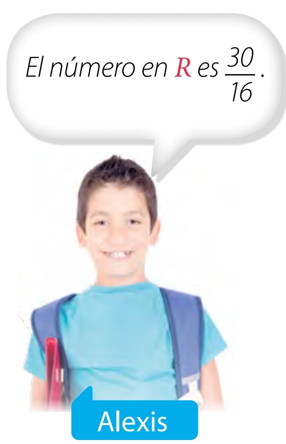
- $S$ se encuentra a la misma distancia de 3 que de 4.
- la distancia entre $P$ y 3 es la mitad de la distancia entre $S$ y 4.
- la distancia entre $R$ y 2 es igual a la mitad de la distancia entre $P$ y 3.
- la distancia entre $Q$ y 4 es igual a la distancia entre $R$ y 2.




**a.** **Descubre** los números que se ubican en $R$, $P$, $S$ y $Q$.

**b.** **Evalúa** lo que afirma cada niño y **explica** si es verdadero o falso.



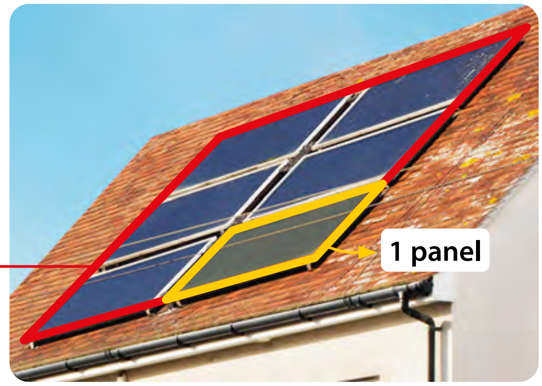


Páginas 22 a 25.

# Adición y sustracción de fracciones y números mixtos

En cada casa de una villa se instalará un set de paneles solares. Cada set está formado por paneles de la misma forma y tamaño. El primer día se instalaron $\frac{7}{6}$ sets, el segundo $\frac{3}{2}$ y el tercero $\frac{5}{3}$.

1 set




## Ejemplo 1

problema

¿Cuántos sets de paneles solares se instalaron en los tres días?

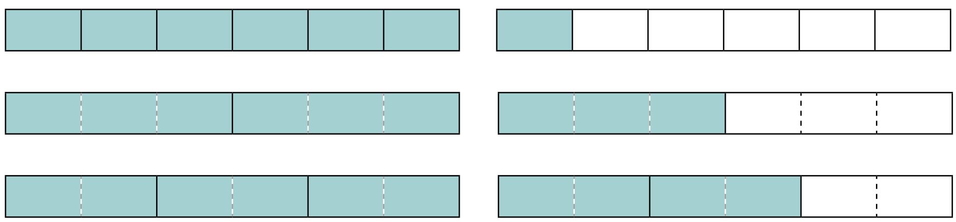
*¿Qué operación aplicarías para responder?*

1. Representa gráficamente y relaciona con una operación numérica.

Día 1 ▶ $\frac{7}{6}$

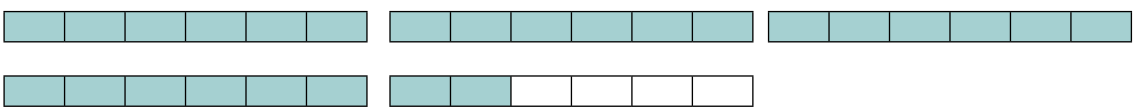
Día 2 ▶ $\frac{3}{2}$

Día 3 ▶ $\frac{5}{3}$



Operación ▶ $\frac{7}{6} + \frac{3}{2} + \frac{5}{3}$

2. Agrupa las representaciones y resuelve.



Hay 26 partes pintadas.

Resultado ▶ $\frac{7}{6} + \frac{3}{2} + \frac{5}{3} = \frac{7 + 9 + 10}{6} = \frac{26}{6}$

Para **sumar** y **restar** fracciones con **igual denominador**, se conserva el denominador y se suman o restan los numeradores según corresponda. Luego, si es el caso, el resultado se simplifica hasta obtener una fracción irreducible y se determina su número mixto.

3. Responde.

En los tres días se instalaron $\frac{26}{6}$ sets.

- ¿Cómo simplificas el resultado?, ¿cómo lo expresas como número mixto?
- ¿Cuál es el m. c. m. de 6, 3 y 2? Úsalo para resolver $\frac{15}{6} + \frac{7}{3} + \frac{9}{2}$.

**Aprende** *Ciencias*

Los paneles solares transforman la energía solar en electricidad.

## Ejemplo 2

problema

**De los sets de paneles solares instalados al tercer día, $\frac{4}{3}$ presentaron fallas. ¿Cuántos sets no presentaron fallas?**

*¿Qué operación resolverías para responder?*

1. Identifica la operación que debes resolver y sus términos.

   Operación ▶ $\frac{54}{12} - \frac{4}{3}$

2. Calcula el m. c. m. de los denominadores.

$$M(12) = \{12, 24, 36, 48...\}$$
$$M(3) = \{3, 6, 9, 12, 15, 18...\}$$

   Como el menor de los múltiplos comunes es 12, entonces el m. c. m. de 12 y 3 es 12.

3. Amplifica las fracciones, de manera que sus denominadores sean iguales al m. c. m.

$$\frac{54}{12} = \frac{54 \cdot 1}{12 \cdot 1} = \frac{54}{12}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{4 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{16}{12}$$

4. Resuelve la sustracción.

$$\frac{54}{12} - \frac{16}{12} = \frac{54 - 16}{12} = \frac{38}{12}$$

5. Responde.

   Los sets que no presentaron fallas fueron $\frac{38}{12}$.

- ¿Es $\frac{38}{12}$ una fracción irreducible?, ¿por qué?
- ¿A qué número mixto equivale $\frac{38}{12}$?
- ¿Cuál es el resultado de $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$?
- ¿Cuál es el resultado de $\frac{3}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$?

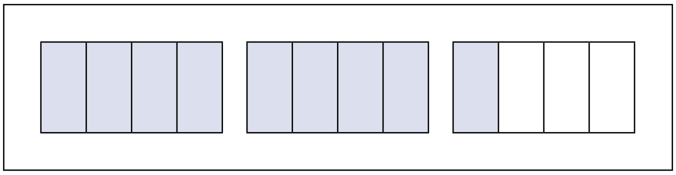
Para **sumar** o **restar** fracciones de distinto denominador puedes encontrar fracciones equivalentes para que todos los denominadores sean iguales. Esto lo puedes lograr **amplificando** o **simplificando** cada fracción de manera que el denominador común sea el m. c. m. de los denominadores.

## Ejemplo 3

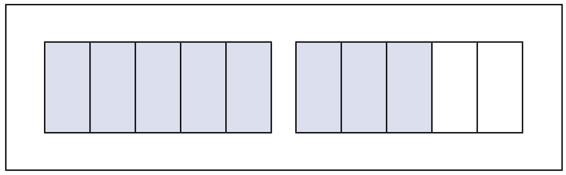
problema

En otra villa se instalaron las cantidades de sets de paneles solares que se representan:

Día 1



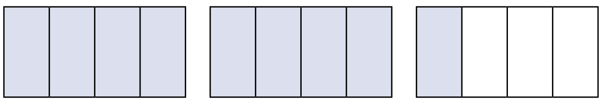
Día 2



¿Cuántos sets se instalaron en total en los dos días?

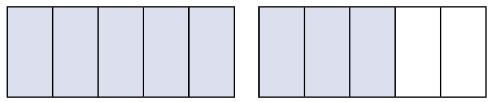
**1** Expresa con números mixtos.

Día 1



$$\underbrace{1 + 1 + \frac{1}{4}}_{2\frac{1}{4}}$$

Día 2



$$\underbrace{1 + \frac{3}{5}}_{1\frac{3}{5}}$$

**2** Escribe la adición de números mixtos.

$$2\frac{1}{4} + 1\frac{3}{5}$$

Expresa como una adición de fracciones.

**3** Suma las partes enteras y las partes fraccionarias por separado.

| **Partes enteras** | **Partes fraccionarias** |
|---|---|
| $2 + 1 = 3$ | $\frac{1}{4} + \frac{3}{5} = \frac{5}{20} + \frac{12}{20} = \frac{5 + 12}{20} = \frac{17}{20}$ |

**4** Agrupa los resultados y responde.

Se instalaron $3\frac{17}{20}$ sets.

- ¿Cómo resolverías la adición usando las representaciones con regiones?
- ¿Cuántos sets faltan para completar 4? Responde resolviendo una operación.

Para **sumar números mixtos** puedes:

- representarlos como fracciones impropias y sumar.
- sumar por separado las partes enteras y fraccionarias, y agrupar los resultados.

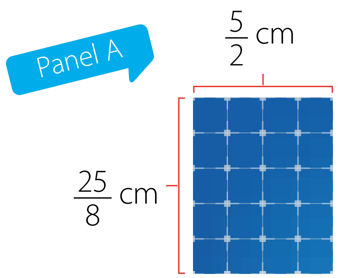
Para **restar números mixtos** puedes:

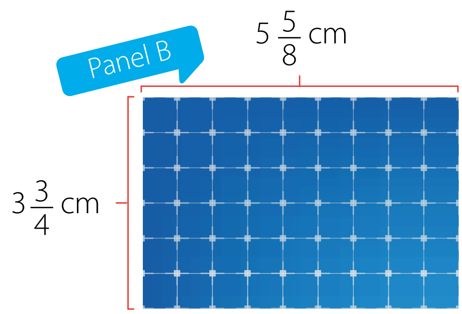
- representarlos como fracciones impropias y restar.

## Ejemplo 4

**problema**

Observa los paneles solares rectangulares:




**¿Cuál es la diferencia entre sus perímetros?**

**Explica** cómo calculas el perímetro de un rectángulo.

1 Calcula los perímetros (medidos en centímetros).

Panel A

$$\frac{5}{2} + \frac{5}{2} + \frac{25}{8} + \frac{25}{8}$$

$$\underbrace{\frac{20}{8} + \frac{20}{8} + \frac{25}{8} + \frac{25}{8}}$$

$$\frac{90}{8} = \frac{45}{4}$$

*¿Qué número mixto es equivalente a esta fracción?*

Panel B

$$5\frac{5}{8} + 5\frac{5}{8} + 3\frac{3}{4} + 3\frac{3}{4}$$

$$(5 + 5 + 3 + 3) + \left(\frac{5}{8} + \frac{5}{8} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4}\right)$$

$$16 + \underbrace{\left(\frac{5}{8} + \frac{5}{8} + \frac{6}{8} + \frac{6}{8}\right)}$$

$$\underbrace{16 + \frac{22}{8}}$$

$$\underbrace{16 + 2\frac{6}{8}}$$

Describe este desarrollo.

$$18\frac{6}{8} = 18\frac{3}{4}$$

2 Resta los perímetros.

Primero, expresa $18\frac{3}{4}$ como $\frac{75}{4}$.

$$\frac{75}{4} - \frac{45}{4} = \frac{75 - 45}{4} = \frac{30}{4} = \frac{15}{2}$$

**Reflexiona**

¿Cómo la perseverancia te ayudó a resolver los cálculos?

3 Responde.

La diferencia es $\frac{15}{2}$ cm.

- ¿De qué otra forma resolverías el problema? **Explica**.
- ¿Cómo calculas el perímetro del panel *B* si expresas los números mixtos como fracciones? **Compara** tu respuesta con la de un compañero y corrige.
- ¿Cuál es el número mixto equivalente a la diferencia obtenida?

## Practica en tu cuaderno

**1.** Representa gráficamente.

**a.** $\frac{10}{4} + \frac{3}{4} = \frac{13}{4}$

**b.** $\frac{16}{2} - \frac{5}{2} = \frac{11}{2}$

**c.** $3\frac{1}{3} + 2\frac{2}{3} = 6$

**d.** $4\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4} = 3\frac{1}{2}$

**2.** Describe cómo calculas el m. c. m. de 2 y 6.

**3.** ¿Cuál es el m. c. m. de los denominadores de $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{3}$ y $\frac{9}{2}$?

**4.** Expresa como fracción con denominador 24.

**a.** $\frac{5}{3}$ **b.** $\frac{9}{8}$ **c.** $4$ **d.** $5\frac{5}{12}$

**5.** Calcula.

**a.** $\frac{7}{4} + \frac{15}{2}$

**b.** $7 + \frac{9}{8}$

**c.** $\frac{15}{2} - \frac{12}{11}$

**d.** $\frac{1}{18} + \frac{40}{6} - \frac{13}{9}$

**e.** $\frac{28}{16} - \frac{2}{5} + \frac{16}{4}$

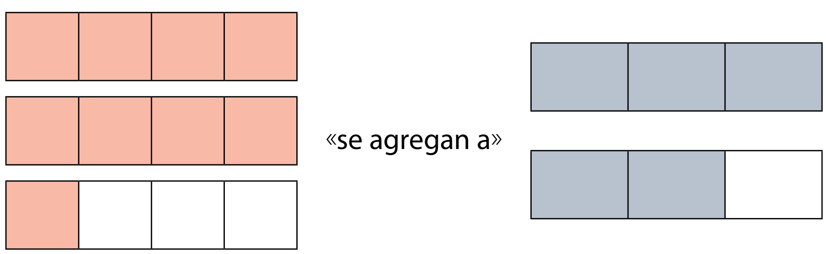
**f.** $2\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4}$

**g.** $12\frac{4}{15} - 10\frac{4}{5}$

**h.** $5\frac{1}{3} + 4\frac{1}{2} - 3\frac{2}{3}$

**i.** $5 + 2\frac{1}{3} - \frac{10}{7}$

**6.** Las cinco regiones siguientes tienen la misma forma y tamaño. Cada una se dividió en partes equivalentes entre sí. **Descubre** la adición representada.




**a.** Exprésala con fracciones, resuelve y representa la respuesta con regiones.

**b.** Exprésala con números mixtos, resuelve y representa la respuesta con regiones.

**c.** ¿Obtuviste la misma respuesta en las partes anteriores?, ¿por qué?

**7.** Identifica el ERROR en cada caso y **corrige**.

**a.** $\frac{5}{3} + \frac{7}{6} = \frac{12}{9}$

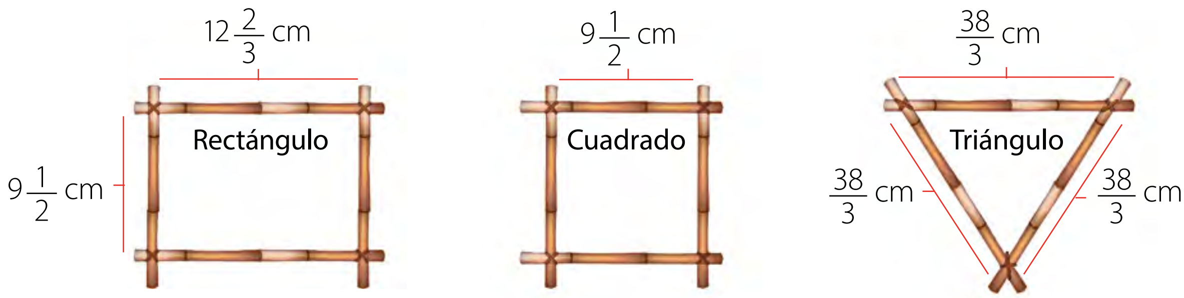
**b.** $\frac{4}{7} + \frac{4}{7} + \frac{4}{7} = 3\frac{4}{7}$

**c.** $\frac{12}{5} + \frac{10}{3} = \frac{36}{15} + \frac{10}{15} = \frac{46}{15}$

**d.** $7\frac{3}{7} - 5\frac{5}{6} = 2\frac{35 - 18}{42} = 2\frac{17}{42}$

**8. Resuelve** los **problemas**.

**a.** Pablo debe construir las tres figuras 2D de la imagen. ¿Cuántos centímetros de varilla necesitará como mínimo para construirlas todas?




**b.** Isabel quiere enmarcar una foto.


¿Cuántos centímetros debe recortar de sus lados como mínimo para que quepa en el marco?

**9. Crea** una adición y una sustracción cuyo resultado sea:

**a.** $\frac{5}{4}$ **b.** $\frac{23}{11}$ **c.** $3\frac{6}{7}$ **d.** $7\frac{3}{12}$

**10. Determina** el valor de **?**. [PROFUNDIZACIÓN]

**a.** $\frac{5}{4} + \textbf{?} = \frac{9}{2}$

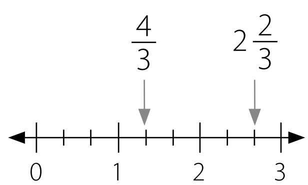
**b.** $\frac{11}{6} - \textbf{?} = \frac{11}{10}$

**c.** $\textbf{?} + 5\frac{1}{5} = 11\frac{3}{10}$

**d.** $\textbf{?} - 2\frac{5}{14} = \frac{5}{3}$

Páginas 26 a 29.

## Sintetiza

| Fracciones impropias y números mixtos | Fracciones impropias y números mixtos en la recta numérica | Adición y sustracción de fracciones y números mixtos |
|---|---|---|
| Una **fracción impropia** representa un valor mayor que 1 y puede expresarse como un **número mixto**: $\frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$ |  | **Fracciones de distinto denominador:** iguala los denominadores amplificando o simplificando la fracción y suma o resta.<br>**Números mixtos:** transfórmalos en fracciones y súmalas o réstalas. |

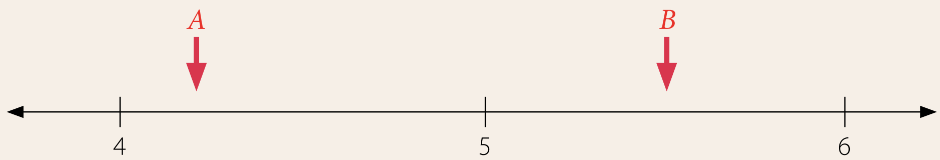
## ¿Cómo vas?

Desarrolla en tu cuaderno

1. Define y ejemplifica.
   - a. Fracción impropia.
   - b. Número mixto.
2. Escribe dos diferencias entre fracción propia e impropia.
3. Describe cómo expresas:
   - a. $10\frac{4}{5}$ como fracción impropia.
   - b. $\frac{21}{6}$ como número mixto.
4. Expresa:
   - a. $2\frac{1}{6}$ como adiciones de $\frac{1}{6}$.
   - b. $4\frac{2}{5}$ como adiciones de $\frac{2}{5}$.
5. Representa el número mixto «cinco enteros y dos séptimos»:
   - a. en forma concreta, usando recortes de papel.
   - b. en forma pictórica, dibujando regiones.
   - c. en forma simbólica, escribiendo con números.
6. Representa en la recta numérica.
   - a. $\frac{5}{2}$
   - b. $\frac{13}{6}$
   - c. $2\frac{6}{7}$
   - d. $9\frac{5}{12}$
7. Calcula.
   - a. $3 + \frac{5}{4}$
   - b. $\frac{3}{8} + \frac{9}{4}$
   - c. $\frac{4}{3} - \frac{1}{6}$
   - d. $\frac{21}{20} + \frac{4}{10} - \frac{20}{15}$
   - e. $\frac{18}{11} - \frac{18}{22} + \frac{2}{11}$
   - f. $6\frac{2}{13} + 4\frac{11}{13}$
   - g. $7\frac{3}{10} - 7\frac{1}{5}$
   - h. $2\frac{4}{5} + 3\frac{5}{6} - \frac{20}{15}$
   - i. $\frac{60}{15} + 20\frac{1}{15} - \frac{40}{3}$
8. **Explica** cómo resolverías:
   - a. $\frac{2}{3} + 2\frac{2}{3}$
   - b. $7\frac{1}{3} - 4\frac{5}{6}$
   - c. $4\frac{1}{5} + \frac{8}{3} - \frac{10}{4}$
9. Calcula mentalmente el número mixto resultante. **Explica** cómo lo resolviste. [Profundización]
   - a. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
   - b. $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$
   - c. $\frac{3}{4} + \frac{3}{4}$
   - d. $\frac{4}{5} + \frac{4}{5} + \frac{4}{5}$
   - e. $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$
   - f. $\frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5}$
   - g. $\frac{4}{7} + \frac{4}{7} + \frac{4}{7} + \frac{4}{7} + \frac{4}{7} + \frac{4}{7}$
   - h. $\frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9}$

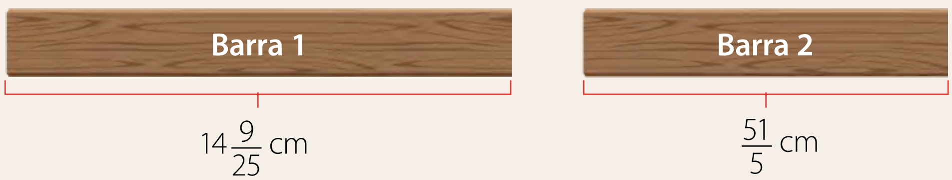
**10. Resuelve** los **problemas**.

**a.** En la siguiente recta numérica, el intervalo entre 0 y 1 está dividido en 2 partes iguales; el intervalo entre 1 y 2, en 3 partes iguales; el intervalo entre 2 y 3, en 4 partes iguales, y así sucesivamente.




$A$ se ubica en la primera división del intervalo entre 4 y 5, y $B$ ocupa la tercera del intervalo entre 5 y 6. Entonces, ¿qué fracciones se ubican en $A$ y $B$? [PROFUNDIZACIÓN]

**b.** Valentina tiene dos barras de madera:




- ¿Cuánto miden las dos partes en que se dividió la barra 1?


- ¿Cuánto mide la barra obtenida uniendo una barra después de la otra?


Páginas 30 y 31.

## Retroalimentación

¿Tuviste dificultades para expresar fracciones como números mixtos y viceversa?

- Sí → Refuerza en las páginas 21 a 27 de tu libro y puedes visitar *https://bit.ly/2LQswCZ*.
- No → ¿Cómo obtuviste las equivalencias?

¿Lograste sumar y restar fracciones y números mixtos?

- Sí → ¿Qué estrategias ocupaste?
- No → Refuerza en las páginas 28 a 33 de tu libro y puedes visitar *https://bit.ly/2uAOhkR*.

Lección 3

# Números decimales

## Actívate

La tecnología se pone al servicio de las personas para descongestionar y descontaminar su entorno.


### Responde

1. ¿Qué número decimal representa la fracción de estacionamientos disponibles?, ¿y cuál la de los ocupados?
2. ¿Cuál de los números decimales anteriores es mayor?
3. ¿Cuánto suman los números decimales anteriores?

**Reflexiona**

- ¿Cómo una aplicación para estacionar automóviles ayuda a descontaminar?
- ¿Cómo puedes expresar el valor de una fracción como número decimal?

Puedes iniciar con ⟶ *https://bit.ly/2Qj95UM*

# Multiplicación con números decimales

Fernanda recicla desechos de su casa y ha reunido botellas como la que se muestra en la imagen.


## Ejemplo 1 problema

**¿Cuál es la masa de 4 de esas botellas?**

1. Determina qué operación permite responder la pregunta.

   Puedes sumar 4 veces 0,3:

   $0,3 + 0,3 + 0,3 + 0,3$ ⟵ Esta operación equivale a las siguientes multiplicaciones:

   $4 \cdot 0,3 = 0,3 \cdot 4$

2. Resuelve la adición.

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 0,3 \\ 0,3 \\ 0,3 \\ +\ \underline{0,3} \\ 1,2 \end{array}$$

Para **sumar números decimales**, se ubican los números de forma que estén alineados por la coma decimal. Después se suman y se pone la coma en el resultado, según corresponda.

3. Responde.

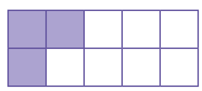
   La masa de las 4 de las botellas es 1,2 kg.

*Si Fernanda junta 4 botellas más, ¿cómo determinas la masa total de las 8 botellas?*

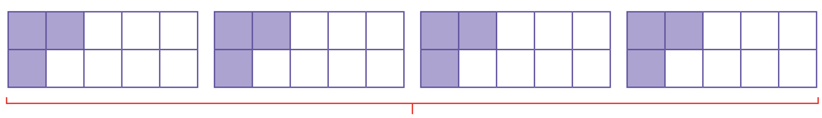
## Ejemplo 2

**¿Cómo resuelves la multiplicación anterior usando una representación gráfica?**

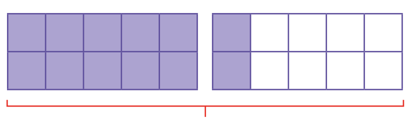
1. Representa gráficamente el número decimal.

   0,3 ⟶ 

2. Representa el número decimal las veces que indica el número natural.



$0,3 \cdot 4$



1,2

Simbólicamente, la multiplicación se resuelve así:

$$\begin{array}{r} {}^{1}\phantom{\cdot 4} \\ \underline{0,3} \cdot 4 \\ 1,2\phantom{\cdot 4} \end{array}$$

*¿Qué fracción representa el resultado de la multiplicación?*

3. Responde.

   Se confirma que la masa de las 4 botellas es 1,2 kg.

Para **multiplicar un número decimal por un número natural** se realiza la operación y luego, en el producto se desplaza la coma, de derecha a izquierda, tantos lugares como cifras decimales tenga el número decimal.

## Ejemplo 3

**¿Cuál es el producto de 0,28 • 5?**

1. Resuelve como adición y como multiplicación.

| Suma 5 veces 0,28: | Multiplica 0,28 por 5: |
|---|---|
| $\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,4} \\ 0{,}28 \\ 0{,}28 \\ 0{,}28 \\ 0{,}28 \\ +\ 0{,}28 \\ \hline 1{,}40 \end{array}$ | $\begin{array}{l} {\scriptstyle 1\,4} \\ 0{,}28 \cdot 5 \\ \hline 1{,}40 \end{array}$ |

2. Responde.

El producto de 0,28 • 5 es 1,4.

## Ejemplo 4

**problema**

**Fernanda reunió 100 botellas pequeñas de 0,18 kg. ¿Cuál es la masa total de esas botellas?**

1. Escribe la multiplicación.

Masa de una botella pequeña (kg). ⟶ 0,18 • 100 ⟵ Cantidad de botellas.

2. Resuelve moviendo hacia la derecha la coma decimal del primer factor tantas posiciones como ceros tiene el múltiplo de 10.

0,18 · 100 ⟵ Dos ceros.

Como 100 tiene dos ceros, la coma se mueve dos posiciones hacia la derecha:

018,0

Dos posiciones.

3. Responde.

La masa de las 100 botellas es 18 kg

- ¿Cuál es el desarrollo de 0,18 • 100 si aplicas la estrategia del Ejemplo 3?
- ¿Cuál es la masa total de 120 latas recicladas de 0,015 kg? Aplica la estrategia que prefieras.

Para **multiplicar un número decimal por 10, 100, 1 000…**, se "corre la coma del número decimal" a la derecha tantas cifras como ceros tenga el segundo factor. Si faltan cifras, se completa con ceros.

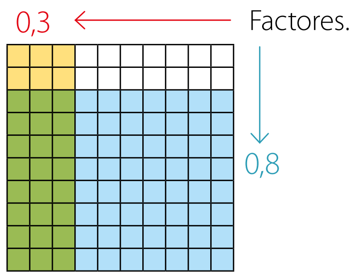
Ejemplo: 2,54 · 1 000 ⟵ Tres ceros. 2 540,0

Tres posiciones.

## Ejemplo 5

¿Cuánto es 0,3 • 0,8?

1. Representa en una misma cuadrícula.




2. Interpreta y responde.

La intersección de las zonas amarilla y azul determina el producto en verde. Como de las 100 partes hay 24 pintadas verde, la respuesta es 24 centésimos. Es decir, 0,3 · 0,8 = 0,24.

## Ejemplo 6 problema


**Alejandra compró un televisor de 32 pulgadas como el que se muestra en la imagen.**
**¿Cuál es la superficie de la pantalla del televisor?**

1. Determina qué operación permite responder la pregunta.

Debes multiplicar la medida del largo por la del ancho de la pantalla:

$$70{,}8 \cdot 39{,}8$$

En conjunto, los factores tienen 2 cifras decimales.

2. Escribe los números decimales sin la coma y descompón el segundo factor.

$$708 \cdot (300 + 90 + 8)$$

3. Resuelve la multiplicación.

$$\underbrace{\underbrace{708 \cdot 300}_{212\,400} + \underbrace{708 \cdot 90}_{63\,720} + \underbrace{708 \cdot 8}_{5\,664}}_{281\,784}$$

4. Ubica la coma para dejar 2 cifras decimales.

$$2\,817{,}84$$

5. Responde.

La superficie de la pantalla del televisor es 2 817,84 $cm^2$.

**Reflexiona**

¿Cómo un estilo de trabajo ordenado te ayudó a aplicar las estrategias estudiadas?

Para resolver una **multiplicación de dos números decimales** se realiza la operación y se desplaza la posición de la coma, de derecha a izquierda, tantas posiciones como cifras decimales tienen en conjunto ambos factores.

## Practica en tu cuaderno

1. Lee y escribe con palabras.

**a.** 0,25 **b.** 0,172 **c.** 1,05 **d.** 21,965

2. Expresa como fracción.

**a.** 0,6 **b.** 0,33 **c.** 2,45 **d.** 14,071

3. Expresa como suma iterada.

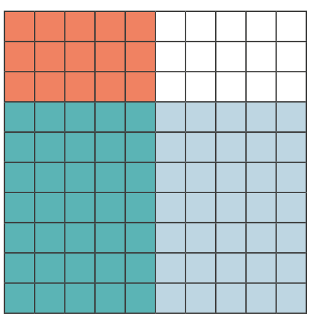
**a.** 0,1 • 3 **b.** 0,9 • 5 **c.** 0,45 • 6 **d.** 2,125 • 8

4. Dos integrantes. Cada uno multiplica: uno usando una representación gráfica y el otro simbólicamente. Al finalizar, **comparan** y corrigen.

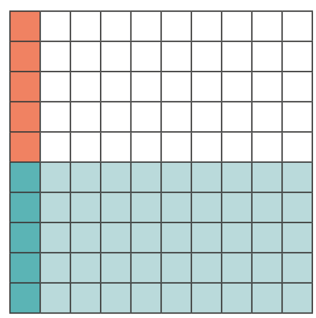
**a.** 0,2 • 2 **b.** 0,4 • 3 **c.** 0,7 • 5 **d.** 1,2 • 4

5. **Descubre** las multiplicaciones representadas.

**a.**



**b.**



6. **Determina** el producto

**a.** 10 • 0,1
**b.** 8 • 0,2
**c.** 40 • 0,3
**d.** 5 • 1,4
**e.** 250 • 0,4
**f.** 50 • 0,24
**g.** 20 • 1,36
**h.** 0,3 • 0,65
**i.** 1,64 • 4,015

7. Calcula los productos en cada columna, **descubre** la regularidad y descríbela. [Profundización]

**a.**

1 • 0,1
10 • 0,1
100 • 0,1
1 000 • 0,1

**b.**

1 • 0,01
10 • 0,01
100 • 0,01
1 000 • 0,01

**c.**

1 • 0,001
10 • 0,001
100 • 0,001
1 000 • 0,001

**8.** Calcula **aplicando** la regularidad anterior u otra.

**a.** 100 • 0,4

**b.** 10 • 0,9

**c.** 100 • 0,23

**d.** 1 000 • 0,07

**9.** **Resuelve** los **problemas**.

**a.** *Tecnología* El tamaño de las pantallas de los celulares se mide en «pulgadas» (*inch* en inglés) como se muestra en la imagen. 1 pulgada son 2,54 cm.

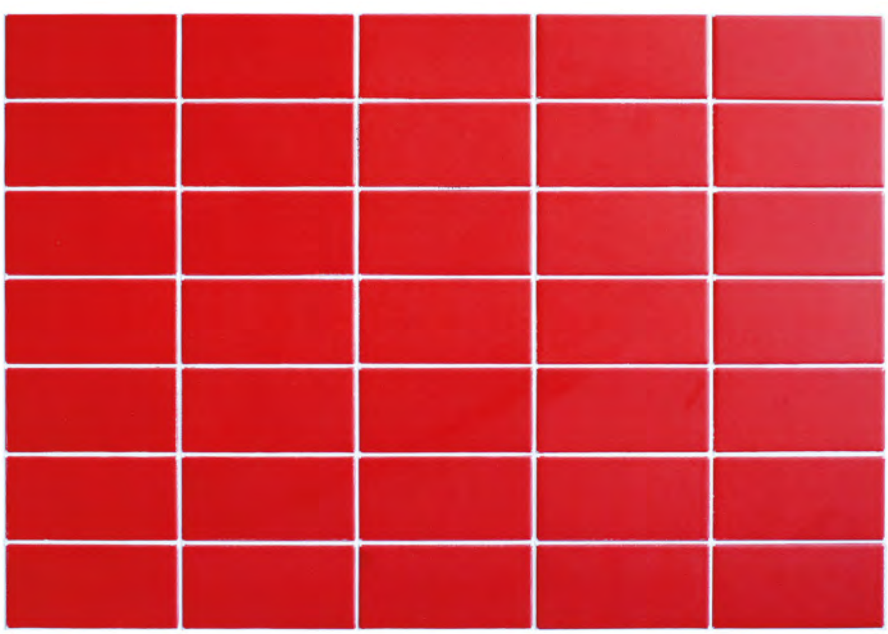
- ¿Cuántos centímetros son 2 pulgadas?
- ¿Cuántos centímetros son 5 pulgadas?
- ¿Cuántos centímetros son 10 pulgadas?

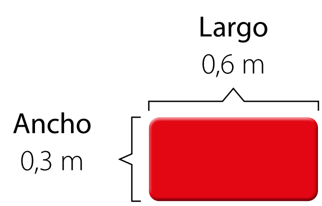

**b.** La masa de algunos productos importados se expresa en «libras» (lb), que equivale a 0,45 kg cada una.

- ¿Cuántos kilogramos son 2 libras?
- ¿Cuántos kilogramos son 10 libras?



**c.** Aníbal midió una cerámica de su pieza como se muestra al costado. Su habitación tiene 35 cerámicas del mismo tamaño. Calcula la longitud de los lados de su habitación. [PROFUNDIZACIÓN]






Páginas 32 a 37.

# División con números decimales

Ignacio notó que la llave de paso de agua del baño está descompuesta. La cantidad de agua perdida se indica en la imagen.


## Ejemplo 1

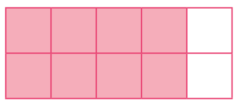
problema

**¿Cuánta agua se pierde por la gotera en un cuarto de hora?**

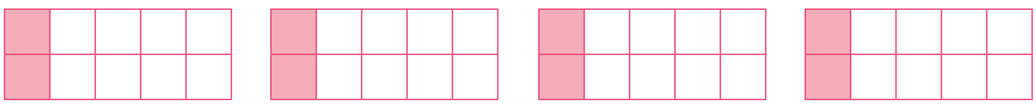
*¿Qué operación plantearías para responder?*

1. Representa 0,8 con regiones (dividendo).

*¿Cuáles son los términos de una división?*



2. Reparte en 4 partes iguales (divisor) y cuenta los que quedan en cada parte.



Hay dos décimos en cada región. Por lo tanto: 0,8 : 4 = 0,2

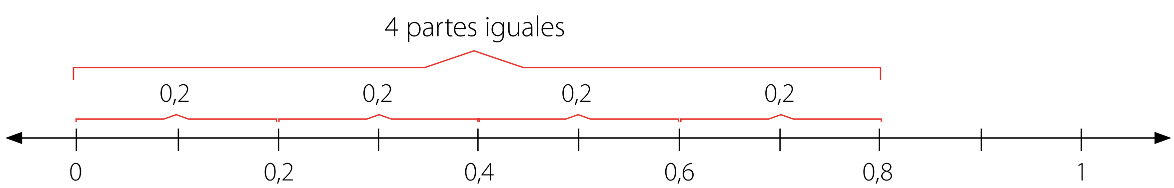
3. Responde.

En un cuarto de hora se pierden 0,2 L de agua.

## Ejemplo 2

**¿Cómo compruebas en la recta numérica que 0,8 : 4 = 0,2?**

1. Dibuja una recta numérica y divide el intervalo entre 0 y 0,8 en 4 partes iguales.




2. Responde.

Se comprueba que 0,8 : 4 = 0,2.

- ¿Cómo calcularías 0,8 : 4 usando rectángulos de papel?
- ¿Cuánto es 0,2 • 4?, ¿cómo lo sabes?

## Ejemplo 3

**¿Cuál es el cociente de la división 0,8 : 10?**

**Explica** estos pasos junto con un compañero.

1 Realiza la división.

**Paso 1**

0',8 : 10 = 0
$-\underline{0}$
0

**Paso 2**

0',8' : 10 = 0,
$-\underline{0}$
08

**Paso 3**

0',8' : 10 = 0,0
$-\underline{0}$
080

**Paso 4**

0',8' : 10 = 0,08
$-\underline{0}$
080
$-\underline{80}$
0

2 Responde.

El cociente es 0,08.

- ¿Cómo usarías la recta numérica para comprobar el resultado anterior?
- **Analiza** los cocientes de 0,8 : 1; 0,8 : 10 y 0,8 : 100. ¿Qué regularidad identificas?

## Ejemplo 4

**¿Cuál es el cociente de la división 28,08 : 12?**

1 Realiza la división.

*¿Cómo puedes estimar el resultado?*

**Paso 1**

28',08 : 12 = 2
$-\underline{24}$
4

**Paso 2**

28',0'8 : 12 = 2,
$-\underline{24}$
40

**Paso 3**

28',0'8 : 12 = 2,3
$-\underline{24}$
40
$-\underline{36}$
4

**Paso 4**

28',0'8' : 12 = 2,34
$-\underline{24}$
40
$-\underline{36}$
48
$-\underline{48}$
0

2 Responde.

El cociente es 2,34.

- ¿Qué multiplicación puedes resolver para **comprobar** la respuesta?

## Ejemplo 5

**¿Cuál es el cociente de la división 4,248 : 2,4?**

1. Cuenta las cifras decimales del dividendo y del divisor.

3 cifras decimales: 4,248 — 1 cifra decimal: 2,4

2. Multiplica por 1 000 el dividendo y el divisor y reescribe la división.

**Justifica** junto con un compañero por qué se eligió 1 000.

$$4{,}248 \cdot 1\,000 = 4\,248$$

$$2{,}4 \cdot 1\,000 = 2\,400$$

Entonces, resolver la división 4,248 : 2,4 es equivalente a resolver la siguiente división de números naturales:

$$4\,248 : 2\,400$$

3. Realiza la división.

| Paso 1 | Paso 2 | Paso 3 | Paso 4 |
|---|---|---|---|
| 4 248 : 2 400 = 1<br>– 2 400<br>1 848 | 4 248 : 2 400 = 1,<br>– 2 400<br>18 480 | 4 248 : 2 400 = 1,7<br>– 2 400<br>18 480<br>– 16 800<br>1 680 | 4 248 : 2 400 = 1,77<br>– 2 400<br>18 480<br>– 16 800<br>16 800<br>– 16 800<br>0 |

4. Responde.

El cociente es 1,77.

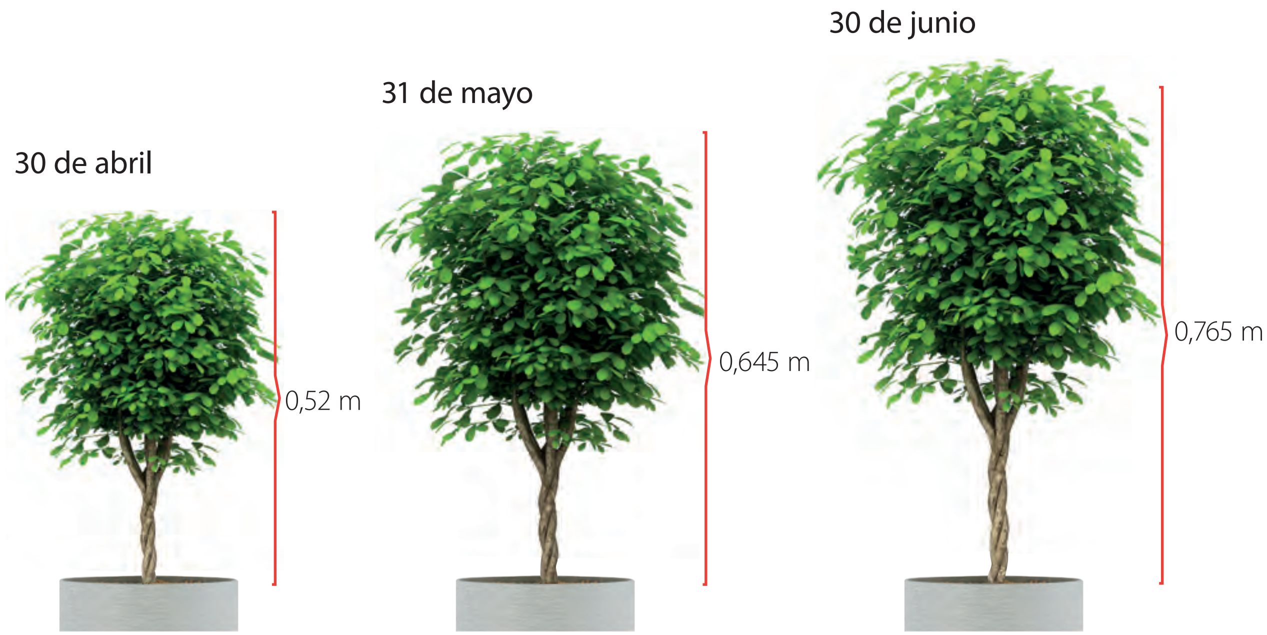
- ¿Cómo comprobarías la respuesta?
- ¿Qué resultado obtendrías si en lugar de 1 000, multiplicas los términos de la división por 2 000?, ¿y por 10 000?

Para calcular el cociente de una **división de números decimales** puedes multiplicar el dividendo y el divisor por un múltiplo de 10 que los transforme en números naturales y luego resolver esta división de números naturales.

## Ejemplo 6

problema

Valentina plantó el 31 de marzo un árbol de 0,36 m de altura.




**¿Cuál fue el promedio mensual de crecimiento en los tres meses?**

1. Determina el crecimiento en cada mes.

   Abril ▶ 0,52 m – 0,36 m = 0,16 m

   Mayo ▶ 0,645 m – 0,52 m = 0,125 m ← **Explica** qué representa cada sustracción.

   Junio ▶ 0,765 m – 0,645 m = 0,12 m

2. Suma los crecimientos.

   0,16 m + 0,125 m + 0,12 m = 0,405 m ← **Comprueba** este resultado.

3. Divide por la cantidad de meses.

   0'4'0'5' : 3 = 0,135
   0 4
   10
   15
   0

4. Responde.

   El promedio mensual fue de 0,135 m.

**Reflexiona**

¿Cómo el uso de múltiples estrategias ayuda a desarrollar tu creatividad?

- ¿Qué otra estrategia usarías para resolver? **Compara** con un compañero.
- ¿Cómo podrías **predecir** la altura aproximada del árbol el 31 de julio?

## **Practica** en tu cuaderno

**1.** Describe una estrategia para resolver.

**a.** 0,18 : 3 **b.** 4,35 : 5 **c.** 1,548 : 6

**2.** **Resuelve** usando una representación concreta.

**a.** 0,6 : 3 **b.** 1,6 : 4 **c.** 7,2 : 6

**3.** **Resuelve** representando con regiones.

**a.** 0,4 : 4 **b.** 3,9 : 3 **c.** 0,48 : 6

**4.** **Resuelve** en la recta numérica.

**a.** 0,5 : 5 **b.** 1,2 : 4 **c.** 3,6 : 9

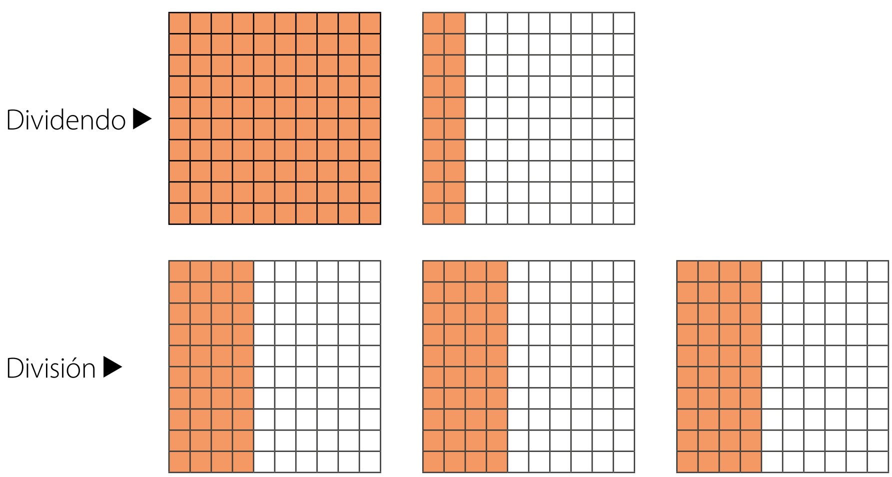
**5.** **Determina** el cociente.

**a.** 0,8 : 4 **d.** 0,62 : 10 **g.** 44,8 : 20

**b.** 2,4 : 6 **e.** 5,35 : 100 **h.** 0,42 : 0,2

**c.** 4,8 : 8 **f.** 1,44 : 12 **i.** 1,188 : 2,2

**6.** **Descubre** los términos de la división representada.




**a.** ¿Cuál es el dividendo expresado como número decimal?

**b.** ¿Cuál es el divisor?

**c.** ¿Cuál es el cociente expresado como número decimal?

**7.** Resuelve. **Explica** qué ocurriría si no estuvieran los paréntesis. [Profundización]

**a.** (1,8 : 2) : 9 **b.** (5,4 : 6) : 10 **c.** 0,25 : (1,4 : 7)

**8.** **Resuelve** los **problemas**.

**a.** ¿Cuál es la cuarta parte de la mitad de 7,84?

**b.** Considera $A = 0{,}6$; $B = 1{,}75$ y $C = 2{,}875$, y calcula.

- $B : 2$
- $(A + B) : 5$
- $(C - B) : A$
- $C : (B - A)$

**c.** La duración de las películas de una trilogía son:


2,05 h


1,35 h


1,45 h

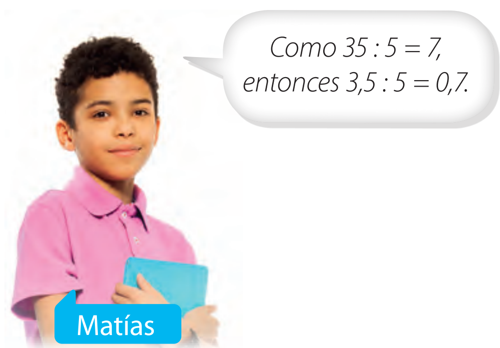
⟶ La parte 1 está dividida en 2 capítulos de igual duración.

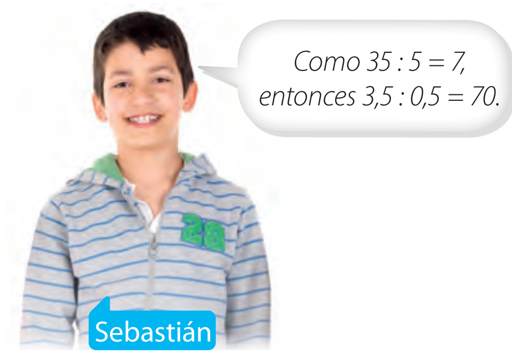
⟶ La parte 2 está dividida en 3 capítulos de igual duración.

⟶ La parte 3 está dividida en 5 capítulos de igual duración.

Calcula la duración en horas de cada capítulo.

**9.** ¿Quién dice lo correcto? **Justifica.** [PROFUNDIZACIÓN]




Páginas 38 a 41.

## Sintetiza

| Multiplicación de números decimales | División de números decimales |
|---|---|
| 3,45 • 2,3 | 6,24 : 0,4 |
| ▶ 345 • 23 = 7 935 | ▶ 624 : 40 = 15,6 |
| Por lo tanto: 3,45 • 2,3 = 7,935 | Por lo tanto: 6,24 : 0,4 = 15,6 |

## ¿Cómo vas?

Desarrolla en tu cuaderno

1. Expresa como multiplicación.
   a. 0,3 + 0,3
   b. 0,24 + 0,24 + 0,24 + 0,24
   c. 10,06 + 10,06 + 10,06
   d. 3,2 + 3,2 + 3,2 + 3,2 + 3,2 + 3,2

2. Expresa como suma iterada.
   a. 0,5 • 3
   b. 0,33 • 2
   c. 1,52 • 6
   d. 12,8 • 5

3. **Explica** cómo resolverías:
   a. 6,75 : 1,5
   b. 11,492 : 2,21
   c. 1,235 : 1,25

4. **Resuelve** usando rectángulos de papel.
   a. 0,7 • 4
   b. 2,4 : 6

5. **Resuelve** representando con regiones.
   a. 0,3 • 2
   b. 1,5 • 4
   c. 0,9 : 3
   d. 4,8 : 6

6. **Resuelve** en la recta numérica.
   a. 0,6 • 2
   b. 1,4 • 3
   c. 1,2 • 3
   d. 2,2 • 5
   e. 2,4 : 6
   f. 0,6 : 4
   g. 3,2 : 8
   h. 4,9 : 7

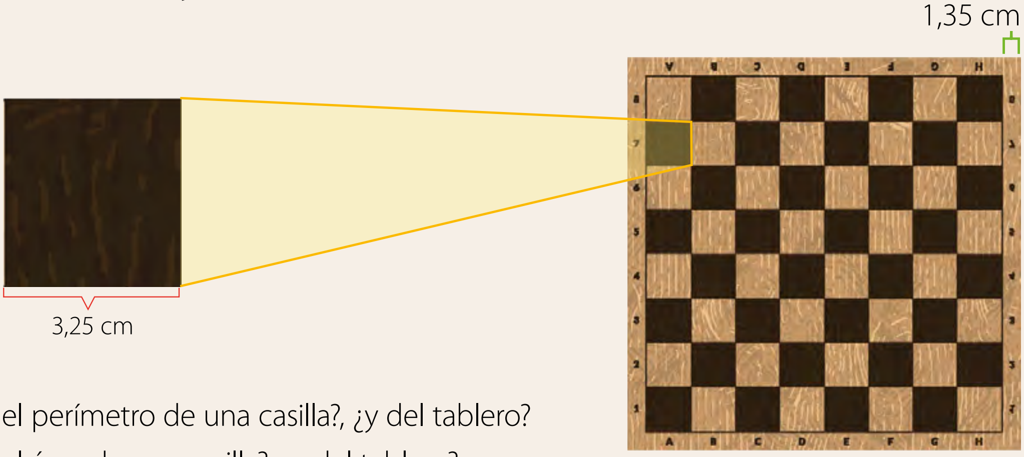
7. **Determina** el producto o cociente.
   a. 0,1 • 5
   b. 0,3 • 7
   c. 0,13 • 3
   d. 1,9 • 100
   e. 0,9 • 1,2
   f. 0,5 • 1,3
   g. 2,05 • 1,243
   h. 0,8 : 2
   i. 4,45 : 5
   j. 5,24 : 40
   k. 1,4 : 1 000
   l. 0,782 • 1,7

8. Calcula mentalmente. **Explica** tu procedimiento. [Profundización]
   a. 3,76 • 10
   b. 0,09 • 100
   c. 3,78 : 10
   d. 28,5 : 1 000

9. **Propón** una multiplicación en la que cada uno de los siguientes números corresponda al producto y una división en la que corresponda al cociente. Hazlo de manera que, al menos, uno de los términos de cada operación sea un número decimal.
   a. 2
   b. 0,2
   c. 10
   d. 0,05
   e. 1,5
   f. 3
   g. 0,25
   h. 4
   i. 3,5
   j. 10
   k. 1,2
   l. 0,4

**10.** **Resuelve** los **problemas**.

**a.** Las casillas del tablero de ajedrez son cuadradas.

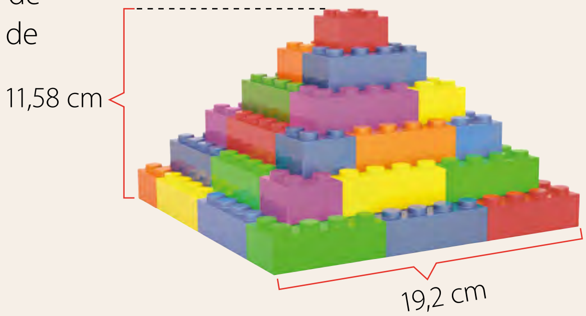



- ¿Cuál es el perímetro de una casilla?, ¿y del tablero?
- ¿Cuál es el área de una casilla?, ¿y del tablero?
- ¿Cuál es el perímetro del trozo de madera que contiene al tablero?

**b.** Amanda formó una pirámide usando dos tipos de piezas, del mismo alto y ancho, en que el largo de una equivale al doble del largo de la otra.

Calcula el largo, ancho y alto de cada pieza.

- 
- 




**c.** Dos integrantes. Usando los datos del problema anterior, cada uno elige una figura y estima su altura y las medidas de su base. Luego, comprueban en conjunto.

Páginas 42 y 43.

## Retroalimentación

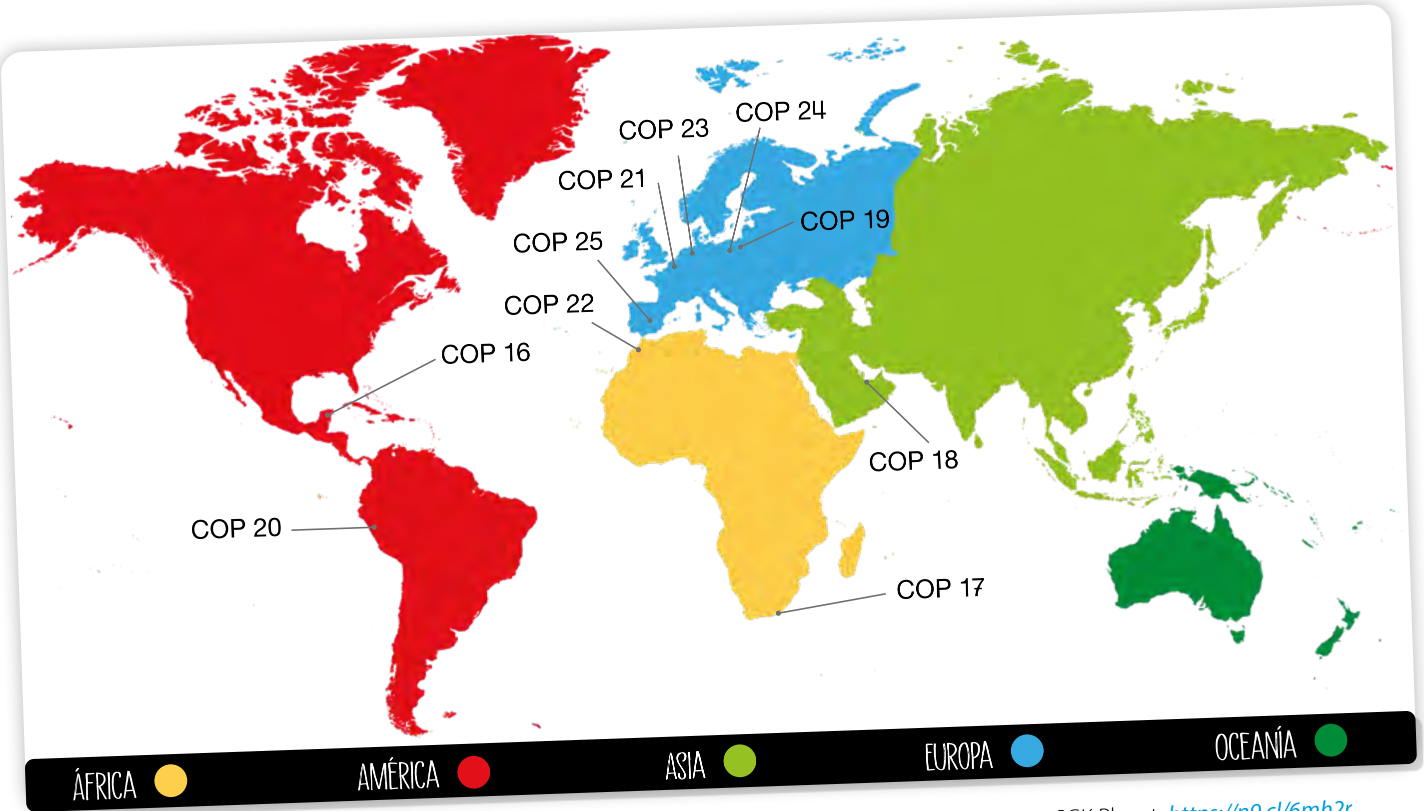
¿Tuviste dificultades para resolver operaciones con números decimales?

- **Sí** → Refuerza en las páginas 37 a 47 de tu libro y puedes visitar *https://bit.ly/3471osY*.
- **No** → ¿Cómo se relacionan las fracciones y los números decimales con los porcentajes?

Lección 4
# Razones y porcentajes

## Actívate

La Conferencia de las Partes (COP) se realiza anualmente en distintas ciudades del mundo e intenta reforzar la conciencia pública sobre los problemas relacionados con el cambio climático. La ubicación de las ciudades sedes de las COP de la 16 a la 25 realizadas entre 2010 y 2019 se indican en el mapa:




**Fuente:** SGK Planet. *https://n9.cl/6mh2r*

### Responde

1. ¿Qué fracción de las COP mostradas en el mapa se realizaron en América?, ¿y en los otros continentes?
2. ¿Qué números decimales son equivalentes a estas fracciones?
3. ¿Cuánto suman los números decimales anteriores?

Puedes iniciar con ⟶ *https://n9.cl/lj14i*

**Reflexiona**

- ¿Qué medidas deberían tomar los países para proteger el medioambiente?
- ¿Cuál te gustaría que fuera el aporte de Chile en este ámbito?

# Razones

Lorena quiere comprar bolsas reutilizables para transportar la mercadería del supermercado.
El contenido de 1 set es el siguiente:

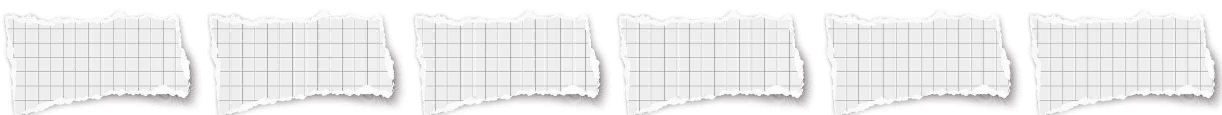
**Aprende** *Ciencias Sociales*

Desde el 3 de febrero de 2019, los supermercados en Chile no pueden entregar bolsas plásticas.

## Ejemplo 1

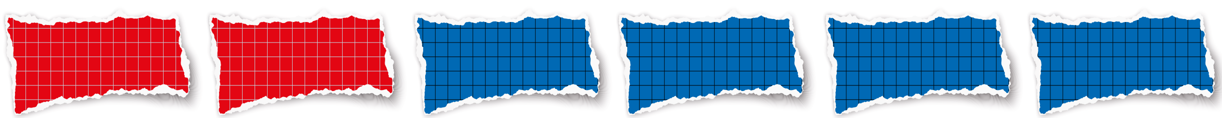
**¿Cómo representas la situación con trozos de papel?**

1. Recorta 6 trozos de papel iguales.



2. Elige colores para pintarlos.
   Por ejemplo, para hacerlos coincidir con los de las bolsas, pinta 2 rojos y 4 azules.

3. Píntalos y responde.
   En el set hay 2 bolsas rojas y 4 bolsas azules. Una representación es:



Puedes comparar la cantidad de bolsas rojas y la cantidad de bolsas azules usando una **razón**.

La razón entre el número de bolsas rojas y el número de bolsas azules es de 2 : 4.

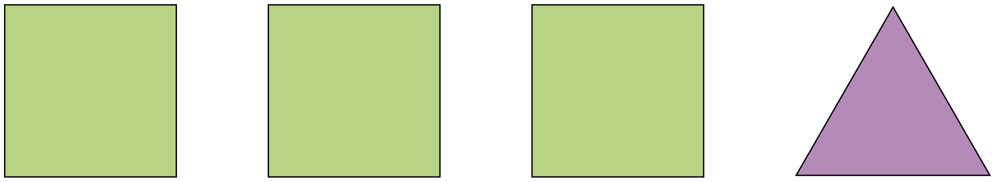
Esta razón se lee "2 es a 4".

Las dos cantidades que estamos comparando forman los **términos de la razón**:

$$\underset{\text{Antecedente}}{\underset{\uparrow}{2}} \; : \; \underset{\text{Consecuente}}{\underset{\uparrow}{4}}$$

## Ejemplo 2

**María dibujó las siguientes figuras:**



**¿Cuál es la razón entre la cantidad de triángulos y la cantidad de cuadrados?**

1. Identifica las cantidades de figuras.

   Hay 3 cuadrados y 1 triángulo.

2. Responde.

   La razón entre la cantidad de triángulos y la cantidad de cuadrados es 1 : 3.

- ¿Cuál es la razón entre la cantidad de cuadrados y la cantidad de triángulos?, ¿en qué se diferencia de la razón anterior?

El **orden de los términos de una razón** es muy importante. Por ejemplo, 3 : 1 no es lo mismo que 1 : 3. Siempre hay que respetar el orden de los elementos que estamos comparando.

## Ejemplo 3

**María también dibujó maceteros con flores.**

**¿Cuál es la razón entre la cantidad de maceteros con flores azules y la cantidad de maceteros con flores rojas?, ¿es igual a la razón entre las cantidades de flores azules y rojas?**

1. Identifica las cantidades de objetos.

   Hay 5 maceteros con flores azules y 2 maceteros con flores rojas.

   Hay 10 flores azules y 4 flores rojas.

2. Responde.

   Las razones son las siguientes:

   - Entre las cantidades de maceteros con flores azules y rojas → 5 : 2. ← Es posible comparar el número de maceteros porque cada uno contiene la misma cantidad de flores.
   - Entre el número de flores azules y rojas → 10 : 4.

## Ejemplo 4

**Observa las estrellas y círculos.**

**¿Qué razones puedes definir a partir de las imágenes?**

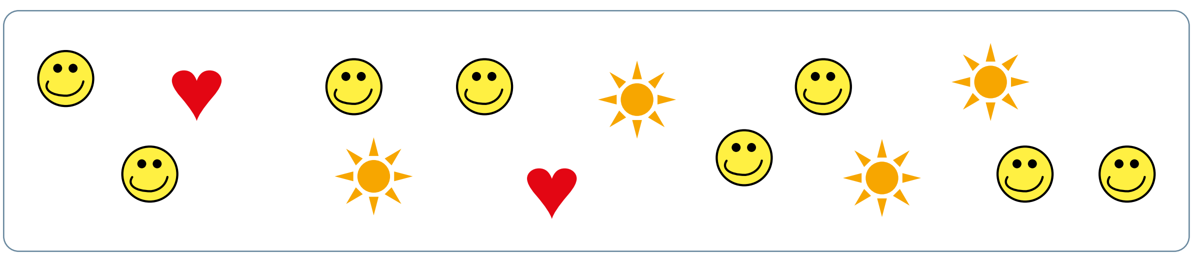
1. Identifica la cantidad de grupos y la cantidad de figuras en cada uno.
   - Hay 3 grupos de estrellas y 2 grupos de círculos.
   - En cada grupo hay 3 figuras.
2. Responde.

   Algunas razones son:
   - La razón entre el número de estrellas y el número de círculos es 9 : 6.
   - La razón entre el número de grupos de círculos y el número de grupos de estrellas es 2 : 3.
   - La razón entre el número de estrellas y el número total de figuras es 9 : 15.
   - La razón entre el número de círculos y el número total de figuras es 6 : 15.

- ¿Qué otras razones puedes definir en la situación anterior?

## Ejemplo 5

**Observa la siguiente colección de figuras.**



**¿Qué razones puedes definir para relacionar soles, corazones y caras?**

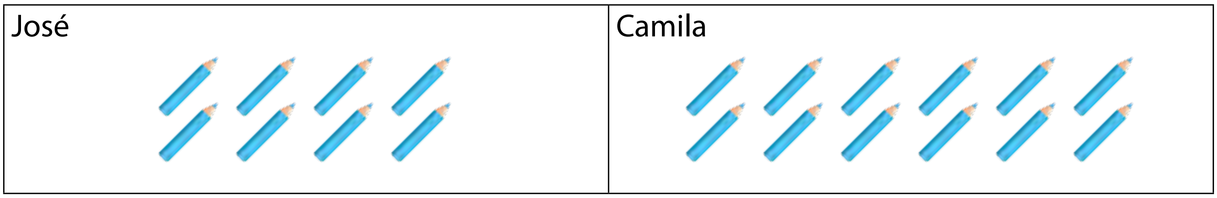
1. Cuenta la cantidad de figuras de cada tipo.

   Hay 4 soles, 2 corazones y 8 caras.
2. Responde.

   Algunas razones son:
   - La razón entre la cantidad de soles, corazones y caras es 4 : 2 : 8.
   - La razón entre la cantidad de corazones, caras y soles es 2 : 8 : 4.
   - La razón entre la cantidad de caras, soles y corazones es 8 : 4 : 2.

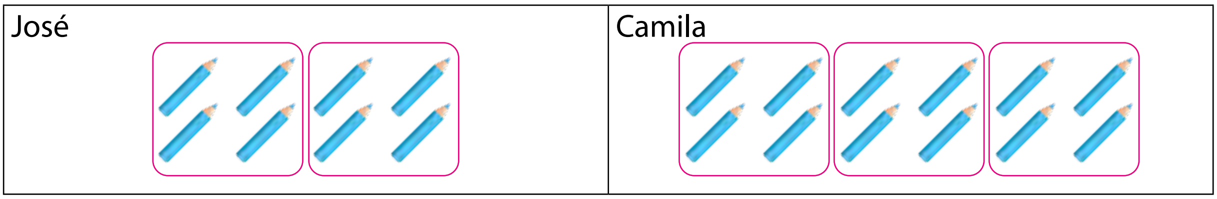
## Ejemplo 6

José y Camila tienen las cantidades de lápices que se indican en la imagen.



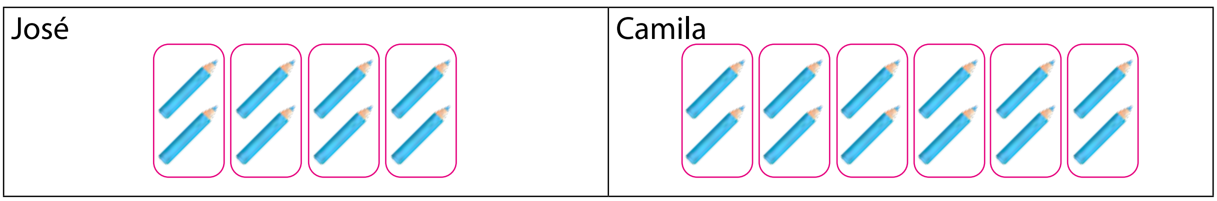

¿Cuál es la razón entre las cantidades de lápices de José y Camila?

1. Reúne en grupos de 4 lápices y define la razón.



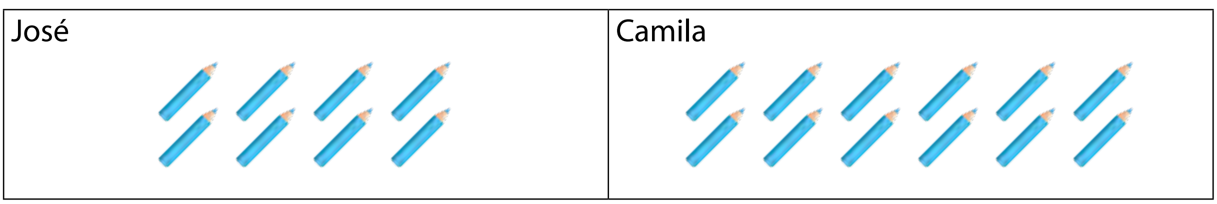

La razón es 2 : 3.

2. Reúne en grupos de 2 lápices y define la razón.




La razón es 4 : 6.

3. Considera las cantidades totales de lápices y define la razón.




La razón es 8 : 12.

4. Responde.

La razón entre las cantidades de lápices de José y Camila se puede escribir de tres maneras:

2 : 3      4 : 6      8 : 12

Dos o más razones **son equivalentes** si representan la misma relación entre cantidades de elementos. Para obtener razones equivalentes puedes multiplicar o dividir los términos de una razón por un mismo número. Por ejemplo, las siguientes razones son equivalentes:

$$2 : 3 = 4 : 6 = 8 : 12$$

Al multiplicar los términos de la primera razón por 2 obtienes la segunda razón; y al multiplicarlos por 4, obtienes la tercera.

## Practica en tu cuaderno

1. Identifica antecedente y consecuente.

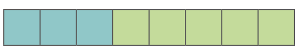
   a. 4 : 5  b. 7 : 1  c. 3 : 7  d. 15 : 100

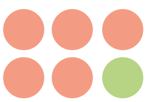
2. ¿En qué se diferencian las razones 7 : 10 y 10 : 7?

3. Arturo tiene 4 manzanas, María tiene 3 naranjas, Loreto tiene 7 peras y Felipe tiene 4 duraznos. Escribe las razones que se indican a continuación:

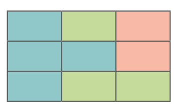
   a. Razón entre las cantidades de naranjas y de duraznos.
   b. Razón entre las cantidades de duraznos y de peras.
   c. Razón entre las cantidades de peras y de duraznos.
   d. Razón entre la cantidad de manzanas y la cantidad total de frutas.
   e. Razón entre la cantidad total de frutas y la cantidad de naranjas.
   f. Razón entre las cantidades de naranjas, de manzanas y de peras.

4. Identifica 3 razones en cada representación y **explícalas**.

   a. 

   b. 

   c. 

   d. 

5. **Explica** cómo se obtuvo cada fracción equivalente a 4 : 20. [Profundización]

   a. 8 : 40  b. 2 : 10  c. 1 : 5  d. 20 : 100

6. Para cada razón, determina 3 razones equivalentes. **Explica** tu estrategia.

   a. 2 : 1  c. 3 : 2  e. 4 : 8  g. 12 : 18

   b. 1 : 4  d. 9 : 6  f. 24 : 12  h. 75 : 25

7. **Analiza** y da una **interpretación** del significado.

   a. 3 : 3  c. 10 : 4  e. 1 : 2  g. 7 : 1

   b. 6 : 5  d. 12 : 4  f. 14 : 4  h. 10 : 100

**8. Resuelve** los **problemas**.

**a.** Para preparar un postre se requiere harina y leche.

- ¿Qué razón representa la relación entre los ingredientes?
- Un postre para 12 personas, ¿cuántas tazas de harina y de leche requiere?
- Uno para 24 personas, ¿cuántas tazas de harina y de leche requiere?

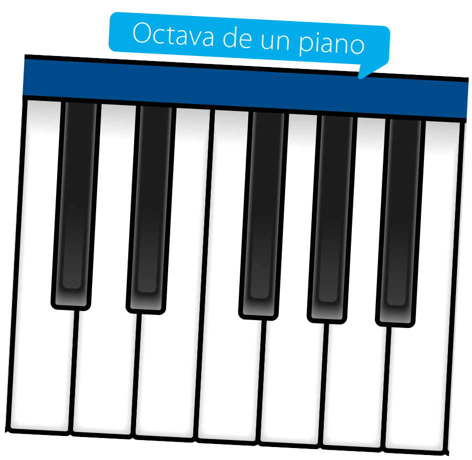

**b.** En la tabla se muestra la cantidad de horas semanales de tres asignaturas con Jornada Escolar Completa (JEC).

Horas semanales de asignaturas con Jornada Escolar Completa

| Asignatura | Ciencias Naturales | Matemática | Educación Física y Salud |
|---|---|---|---|
| Tiempo (horas) | 4 | 6 | 2 |

- ¿Cuál es la razón entre la cantidad de horas semanales de Matemática y Ciencias Naturales?
- ¿Cuál es la razón entre la cantidad de horas de Educación Física y Salud y la de las otras dos asignaturas?
- ¿Cuántas horas de Matemática tendrá un estudiante en 3 semanas?
- ¿Cuántas horas de Ciencias Naturales tendrá un estudiante en 38 semanas?

**c.** *Música* Un piano común posee 7 octavas completas (como la de la imagen) más 3 teclas blancas y 1 negra.




- ¿Qué razón representa la relación entre la cantidad de teclas negras y blancas en una octava?
- ¿Cuántas teclas negras y blancas hay en 3 octavas de un piano?
- ¿Cuántas teclas negras y blancas hay en 5 octavas de un piano?
- ¿Cuántas teclas negras y blancas hay en un piano común? [PROFUNDIZACIÓN]

**d.** *Ciencias* En un parque eólico, los aerogeneradores como el de la imagen transforman la energía del viento en energía eléctrica.

- ¿Qué razón representa la relación entre el número de vueltas y la cantidad de segundos que transcurren?
- ¿Cuál es la razón equivalente a la anterior formada por los menores números naturales posibles?
- ¿Cuántas vueltas da una de las palas en 180 s?
- ¿Y en 30 s?
- ¿Y en 15 min?
- ¿Cuántos segundos tarda una pala en dar 1 vuelta?
- ¿Y 90?
- ¿Y 450?
- ¿Y 15?


**9.** ¿Cuál de las afirmaciones es correcta? **Justifica** tu respuesta.

| | |
|---|---|
| Si sumas 3 a cada término de la razón 3 : 5, obtienes una razón equivalente. | Si multiplicas por 3 cada término de la razón 3 : 5, obtienes una razón equivalente. |

**10.** Dos integrantes. Cada uno selecciona un grupo de frutas y **propone** 3 razones entre las cantidades allí presentes.

Grupo 1

Grupo 2

Al finalizar, **verifican** sus razones y **resuelven** los **problemas**. [Profundización]

**a.** ¿En qué grupo es mayor la razón de frambuesas respecto del total?

**b.** ¿Cuántos arándanos habría que agregar al grupo 1 para que las razones entre la cantidad de arándanos y frambuesas sean equivalentes en ambos grupos?

**c.** ¿Cuántas moras habría que agregar al grupo 2 para que las razones entre la cantidad de arándanos y moras sean equivalentes en ambos grupos?

Páginas 44 a 47.

# Porcentajes

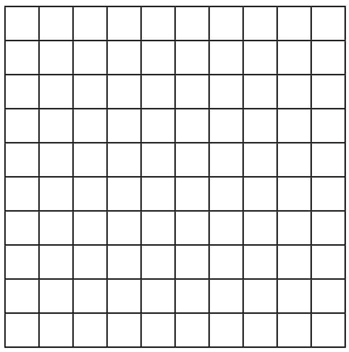
Rodrigo usa desechos orgánicos para fabricar compost. Él averiguó que a los 9 meses obtendrá su producto final según el rendimiento que se indica en la imagen. Este indica que por cada 100 kg de desechos que ingrese a la compostera obtendrá 30 kg de compost.


## Ejemplo 1

**¿Cómo representas gráficamente el rendimiento?**

1. Dibuja una cuadrícula dividida en 100 partes iguales.

*¿Qué representa cada parte?*

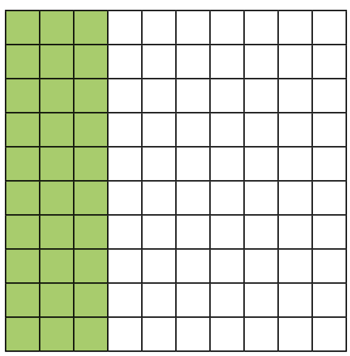


**Aprende** *Ciencias*

El compost es un abono natural obtenido por descomposición de material orgánico.

2. Responde pintando 30 partes.

Una representación es:



- ¿Cómo usarías rectángulos de papel de dos colores diferentes para representar el rendimiento mostrado en la cuadrícula anterior?
- ¿Qué fracción y qué número decimal expresan el rendimiento representado? ¿Cómo los relacionarías con la situación de compostaje?

## Ejemplo 2

**¿Qué razón representa el rendimiento del compostaje de Rodrigo?**

1. Define el antecedente y el consecuente.
   El antecedente es 30 y el consecuente, 100.
2. Responde escribiendo la razón.

30 : 100

- ¿Cómo lees la razón?
- ¿Qué razones son equivalentes a 30 : 100? **Propón** 3 ejemplos.

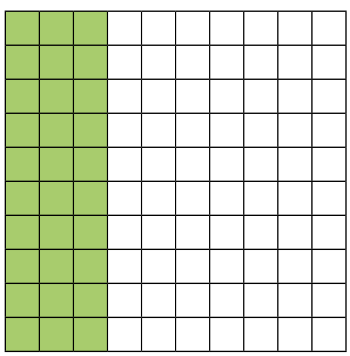
El **porcentaje (%)** corresponde a una razón de consecuente 100. Un $a$% lo puedes representar gráficamente con una región dividida en **100 partes iguales**, de las cuales se consideran $a$ **partes**.

**Expresa** qué porcentaje de los desechos no se transforman en compost.

## Ejemplo 3

**¿Cómo expresas 30 % como fracción y como número decimal?**

1. Expresa como fracción la representación con regiones.



$\frac{30}{100}$

**Aprende** *Ciencias*

Se estima que en Chile cada persona genera 1,25 kg de desechos al día, correspondiendo un 50 % a material orgánico.

Fuente: *https://mma.gob.cl/*

2. Expresa la fracción como número decimal.
   La fracción se lee «treinta centésimos». Por lo tanto, su expresión decimal es:

0,30

*¿De qué otra forma puedes leer este número?*

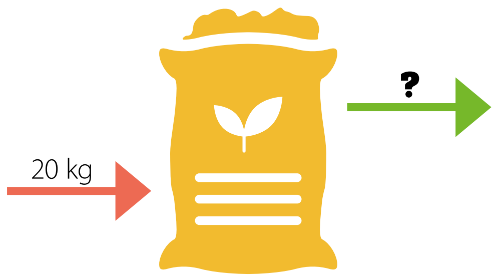
- ¿Cómo **compruebas** que $\frac{30}{100}$ equivale a 0,30?
- ¿Cómo expresas 50 % como fracción y como número decimal?

Puedes representar un porcentaje como una **fracción con denominador 100** y como **número decimal**.

## Ejemplo 4

problema

**Rodrigo introdujo en su compostera la masa de desechos orgánicos indicada. ¿Cuánto compost obtendrá?**




1. Escribe los datos en una tabla.

| Masa de compost (kg) | Masa de desechos orgánicos (kg) |
|---|---|
| 30 | 100 |
| **?** | 20 |

2. Calcula una razón de consecuente 20 equivalente a 30 : 100.
Divide por 5 el antecedente y el consecuente de 30 : 100. Se obtiene:

$$6 : 20$$

*¿Por qué se dividió por 5?*

3. Interpreta y responde.
Rodrigo obtendrá 6 kg de compost.

- ¿Cómo expresarías la pregunta del enunciado usando porcentajes?
- ¿Cómo **comprobarías** la respuesta? **Explica** a un compañero.

## Ejemplo 5

**¿Cómo compruebas la respuesta a la pregunta del Ejemplo 4?**

1. Escribe la razón 30 : 100 como porcentaje.
Esta razón representa un 30 %.

2. Expresa el porcentaje como fracción y como número decimal.
Como fracción ▶ $\frac{30}{100}$ Como número decimal ▶ 0,3

3. Multiplica el porcentaje por la masa de desechos.
Usa la expresión decimal.

$$20 \cdot 0{,}3 = 6$$

**Explica** cómo resolverías si usaras la expresión fraccionaria.

4. Responde.
Por ejemplo, multiplicando el porcentaje expresado como fracción o número decimal por el total considerado: «el 30 % de 20 es 6».

- ¿Qué regla general **formularías** para calcular el «$a$ % de $b$»?
- ¿Cuánto es el 70 % de 20? **Explica** a un compañero.

## Ejemplo 6

problema

**En otra compostera, Rodrigo obtuvo la masa de compost indicada. ¿Cuántos desechos orgánicos introdujo inicialmente?**


1. Escribe los datos en una tabla.

| Masa de compost (kg) | Masa de desechos orgánicos (kg) |
|---|---|
| 30 | 100 |
| 18 | **?** |

2. Calcula una razón de antecedente 18 equivalente a 30 : 100.

   Divide por 5 y luego multiplica por 3 antecedente y consecuente de 30 : 100. Se obtiene:

$$18 : 60$$

**Explica** por qué se divide por 5 y multiplica por 3.

3. Interpreta y responde.

   Rodrigo introdujo 60 kg de desechos orgánicos.

- ¿Cómo expresarías la pregunta del enunciado usando porcentajes?
- ¿Cómo comprobarías la respuesta? **Explica**.

## Ejemplo 7

**¿Cómo compruebas la respuesta a la pregunta del Ejemplo 6?**

1. Divide la masa de compost por el porcentaje.

   Usa la expresión decimal.

$$18 : 0{,}3 = 60$$

*¿Cuánto es 0,3 • 60?*

2. Responde.

   Por ejemplo, dividiendo el porcentaje expresado como fracción o número decimal por la parte considerada: «18 es el 30 % de 60».

- ¿Qué regla general **formularías** para responder «de qué número $c$ es su $a$ %»?
- ¿Cuánto es el 70 % de 60? **Explica**.

Para **calcular un porcentaje** puedes:

- aplicar el concepto de razón equivalente.
- multiplicar el porcentaje expresado como fracción o número decimal por el total considerado.

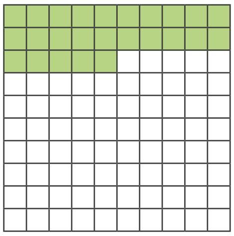
**Reflexiona**

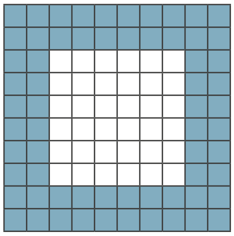
¿Cómo te ayudó la perseverancia a comprender los contenidos?

## Practica en tu cuaderno

1. Define el concepto de porcentaje.

2. Identifica el porcentaje representado.

**a.** 

**b.** 

3. Representa con regiones.

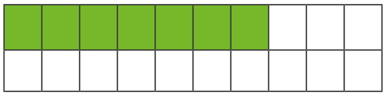
**a.** 20 %  **b.** 50 %  **c.** 66 %

4. Expresa como razón, fracción irreducible y número decimal.

**a.** 1 %
**b.** 5 %
**c.** 12 %
**d.** 25 %
**e.** 40 %
**f.** 55 %
**g.** 75 %
**h.** 85 %
**i.** 92 %.

5. **Explica** cómo determinas el porcentaje representado. [PROFUNDIZACIÓN]

**a.** 

**b.** 

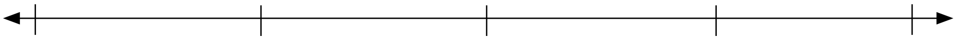
6. Calcula. **Aplica** la estrategia que prefieras. **Comprueba** con  .

**a.** El 8 % de 100.
**b.** El 100 % de 25.
**c.** El 50 % de 16.
**d.** El 10 % de 120.
**e.** El 20 % de 400.
**f.** El 5 % de 200.
**g.** El 20 % de 30.
**h.** El 40 % de 80.
**i.** El 90 % de 50.

7. Responde. **Aplica** la estrategia que prefieras. **Comprueba** con  .

**a.** ¿De qué número 8 es su 10 %?
**b.** ¿De qué número 20 es su 50 %?
**c.** ¿De qué número 15 es su 60 %?
**d.** ¿De qué número 12 es su 75 %?

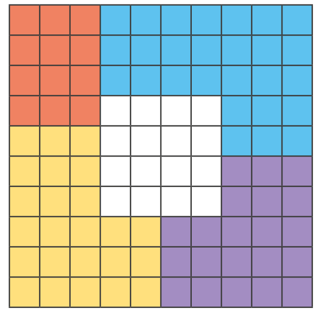
8. El siguiente intervalo de la recta numérica se dividió en 4 partes iguales:




**Descubre** qué porcentaje, fracción y número decimal se ubica en la posición de $A$, $B$ y $C$.

**9.** **Resuelve** los **problemas**.

**a.** Una biblioteca digital tiene 100 libros.



Infantil ■ Historia ■
Juvenil ■ Ciencia ■

- Expresa como razón la cantidad de libros de cada tipo respecto del total.
- Escribe el porcentaje que representa cada tipo de libro respecto del total.
- Interpreta cada porcentaje anterior.

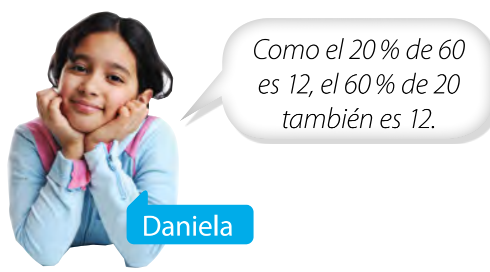
**b.** *Ciencias Sociales* Analiza la información.

| | |
|---|---|
| El consumo sectorial de energía en Chile en 2016 fue: | |
| Industria y Minería: | 40 % |
| Transporte: | 36 % |
| Sector Comercial, Público y Residencial: | 22 % |

**Fuente:** Ministerio del Medio Ambiente. «Cuarto Reporte del Estado del Medio Ambiente, 2018».

- ¿Qué porcentaje corresponde a otro sector?
- Si el consumo de 2016 fue de 284 777 Tcal (unidad de medida de energía), ¿cuántas se asocian a cada sector?

**10.** **Evalúa** lo que afirma cada niña y **explica** si es verdadero o falso


Páginas 48 a 53.

## Sintetiza

| Razones | Porcentajes |
|---|---|
| Una **razón** permite comparar dos cantidades $a$ y $b$ mediante su división: $a : b$ (Antecedente: $a$; Consecuente: $b$) | Un **porcentaje (%)** es una razón cuyo consecuente es 100. Un $a$ % se puede representar por: $a : 100$ |

## ¿Cómo vas?

Desarrolla en tu cuaderno

**1.** Representa con regiones.

**a.** 2 : 3 **b.** 10 % **c.** 5 : 2 **d.** 55 %

**2.** Expresa de la forma «a es a b» y escribe 3 razones equivalentes.

**a.** 1 : 3 **b.** 2 : 7 **c.** 42 : 16 **d.** 8 : 5

**3.** Expresa como porcentaje.

**a.** 30 : 100 **b.** 0,12 **c.** $\frac{40}{100}$ **d.** 27 : 100

**4.** Expresa como razón, fracción irreducible y número decimal.

**a.** 2 % **b.** 4 % **c.** 30 % **d.** 65 %

**5.** Calcula. **Comprueba** con .

**a.** 5 % de 40. **c.** 12 % de 200. **e.** 95 % de 400. **g.** 18 % de 250.

**b.** 10 % de 250. **d.** 24 % de 400. **f.** 75 % de 164. **h.** 62 % de 350.

**6.** Responde. **Comprueba** con .

**a.** ¿De qué número 10 es su 25 %? **c.** ¿De qué número 8 es su 16 %?

**b.** ¿De qué número 40 es su 20 %? **d.** ¿De qué número 36 es su 45 %?

**7.** Expresa como porcentaje. **Explica** tu estrategia. [Profundización]

**a.** $\frac{2}{5}$ **b.** 0,3 **c.** $\frac{7}{25}$ **d.** 0,8

**8.** Calcula mentalmente. **Explica** tu procedimiento. [Profundización]

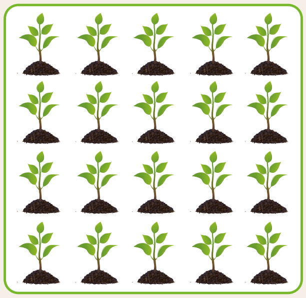
**a.** 75 % de 100. **b.** 50 % de 180. **c.** 20 % de 200. **d.** 80 % de 50.

**9.** Tres integrantes.

- **Etapa 1** (individual): Busca en medios escritos o internet una información con porcentajes.
- **Etapa 2** (individual): Comunica la información a tus compañeros de grupo y pídeles que **creen** 2 problemas a partir de ella.
- **Etapa 3** (grupal): **Resuelvan** los problemas, revisen y corrijan el trabajo realizado.

**10. Resuelve** los **problemas**.

**a.** Joaquín y Alejandra siembran la misma cantidad de árboles cada día. En 5 días plantaron los de la imagen.



- ¿Cuántos árboles plantan en 2 días?
- ¿Cuántos árboles plantan en 8 días?
- ¿En cuántos días plantan 8 árboles?
- ¿En cuántos días plantan 60 árboles?

**b.** Analiza la información.

> Durante 2016 en Chile, el 76 % de los residuos no peligrosos generados fue eliminado y el 24 % fue valorizado.

**Fuente:** Ministerio del Medio Ambiente. «Cuarto Reporte del Estado del Medio Ambiente, 2018».

- Si se hubieran generado 50 unidades de residuos, ¿cuántas se habrían eliminado?
- Si se hubieran generado 300 000 unidades de residuos, ¿cuántas no se habrían eliminado?
- Se estima que en 2016 se generaron 21 000 000 de toneladas de residuos en nuestro país. ¿Cuántas fueron valorizadas?

Páginas 54 y 55.

## Retroalimentación

¿Lograste comprender qué es una razón?

- **Sí** → ¿En qué situación podría ayudarte a resolver un problema?
- **No** → Refuerza en las páginas 51 a 57 de tu libro y puedes visitar *https://bit.ly/2L9JVG5*.

¿Tuviste dificultades para comprender y calcular porcentajes?

- **Sí** → Refuerza en las páginas 58 a 63 de tu libro y puedes visitar *https://bit.ly/3c6ZtGp*.
- **No** → ¿Cómo se relacionan con las razones?

# ¿Qué aprendiste?

Desarrolla en tu cuaderno

1. Calcula.

a. 3 654 – 2 954

b. 3 105 • 14

c. 5 742 : 9

d. 3 • 2 256 + 1 980 : 10

e. $\frac{5}{3} + \frac{5}{6} - \frac{3}{2}$

f. $2\frac{1}{4} + 3\frac{2}{5}$

g. $7\frac{2}{7} - 4\frac{1}{2}$

h. $1\frac{2}{9} + \frac{17}{6} - 2\frac{3}{4}$

i. 18 • 0,3

j. 4,8 : 100

k. 2,458 : 0,2

l. 0,75 • 0,1 + 1,5 : 2

2. Calcula.

a. 5 753 118 + 6 077 449

b. 205 678 – 59 343 • 2

c. 120 455 : 5 + 35 876

3. Escribe tres múltiplos.

a. 11　b. 15　c. 19　d. 35

4. Calcula el m. c. m.

a. 3 y 7　b. 3, 5 y 12　c. 4, 6 y 15　d. 2, 4, 5 y 9

5. **Descompón** en factores primos.

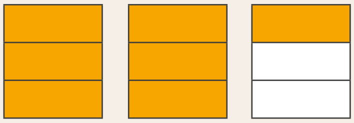
a. 6　b. 28　c. 84　d. 100

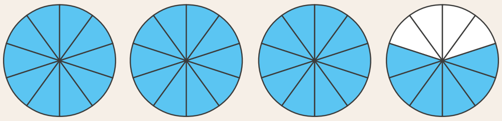
6. **Clasifica** como número primo o compuesto.

a. 2　b. 15　c. 29　d. 99

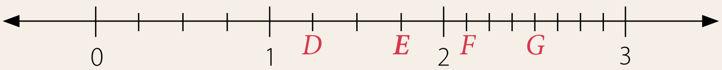
7. **Explica** por qué 33 no es un número primo.

8. **Descubre** la fracción y el número mixto representados.

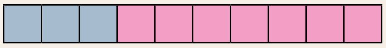
a. 

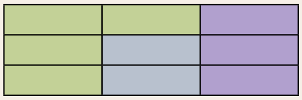
b. 

9. En la recta numérica que se presenta a continuación, cada unidad está dividida en partes equivalentes entre sí. **Descubre** la fracción y el número mixto que se ubica en la posición de cada letra: *D*, *E*, *F* y *G*.




10. Identifica 2 razones en cada representación y **explícalas**.

a. 

b. 

**11.** Determina 3 razones equivalentes. **Explica** tu estrategia.

**a.** 2 : 10
**b.** 1 : 3
**c.** 4 : 5
**d.** 14 : 4
**e.** 12 : 5
**f.** 25 : 30
**g.** 40 : 50
**h.** 850 : 85

**12.** Calcula el porcentaje. **Explica** tu estrategia.

**a.** 10 % de 10.
**b.** 7 % de 200.
**c.** 25 % de 40.
**d.** 60 % de 20.
**e.** 75 % de 800.
**f.** 85 % de 10 000.
**g.** 20 % de 45.
**h.** 64 % de 125.

**13.** **Resuelve** los **problemas**.

**a.** Viviana cotizó artículos para su oficina.

| **Artículo** |  |  |  |  |
|---|---|---|---|---|
| **Precio ($)** | 225 500 | 490 950 | 32 200 | 8 650 |

- Si comprará 4 , 5 , 8  y 12 , ¿cuánto dinero gastará?
- Si pagará en 5 cuotas sin intereses, ¿cuál será el valor de cada cuota?

**b.** Rafael va en bicicleta al trabajo cada 2 días, come legumbres cada 3 y sale a trotar cada 4. Si hoy hizo las tres cosas, ¿en cuántos días más las hará nuevamente?

**c.** Luis dibujó tres segmentos de $5\frac{1}{2}$ cm, $\frac{9}{4}$ cm y $3\frac{1}{4}$ cm, respectivamente. Si ubicó el menor a continuación del mayor, ¿cuánto mide el segmento formado?

**d.** Andrea fotografió animales. En la galería de su celular tiene 5 huemules, 2 pumas, 7 lobos marinos y 6 pingüinos.

- ¿Cuál es el porcentaje de fotos de cada animal respecto del total?
- Si consideras los porcentajes que calculaste y Andrea tuviera 200 fotos, ¿cuántas serían de cada animal?

Páginas 56 y 57.

## Para finalizar Unidad 1

- ¿Cuál fue el contenido que más te gustó?
- ¿Cómo puedes aplicarlo a tu vida cotidiana?

- ¿Cuál fue la mayor dificultad que tuviste?
- ¿Cómo puedes superarla?

# Unidad 2 La tecnología

Trabajarás **patrones y álgebra:**

## ¿Qué sabes?

Desarrolla en tu cuaderno

Evaluación diagnóstica

**Resuelve** y **explica** tus respuestas.

1. Analiza la secuencia.

   a. ¿Cuál es el patrón?

   b. ¿Qué piedra pulida continúa la secuencia: una grande o una pequeña?

   c. ¿Qué piedra ocupa la posición 23 de la secuencia: una grande o una pequeña?

2. Cuenta la cantidad de letras D en cada paso.

| D<br>D | D D<br>D D | D D<br>D D<br>D D | D D D<br>D D D<br>D D |
|---|---|---|---|
| Paso 1 | Paso 2 | Paso 3 | Paso 4 |

   a. ¿Cuál es el patrón?

   b. ¿Cuántas letras D habrá en el paso 5?

   c. ¿Y en el paso 6?

   d. ¿Y en el paso 12?

3. El primer viaje de una locomotora de vapor ocurrió en 1804 y cubrió una distancia aproximada de 15 km. La primera hora recorrió 8 km.

   a. ¿Qué ecuación modela la distancia $x$ que le faltaba por recorrer para completar su viaje?

   b. ¿Cuál es el valor de $x$?

4. Leticia compró dos *pendrives* para almacenar sus fotos. En total adquirió 12 GB de capacidad. Uno de sus *pendrives* posee 8 GB.

   a. ¿Qué ecuación permite modelar la capacidad $x$ de su otro *pendrive*?

   b. ¿Cuál es el valor de $x$?

**Reflexiona**

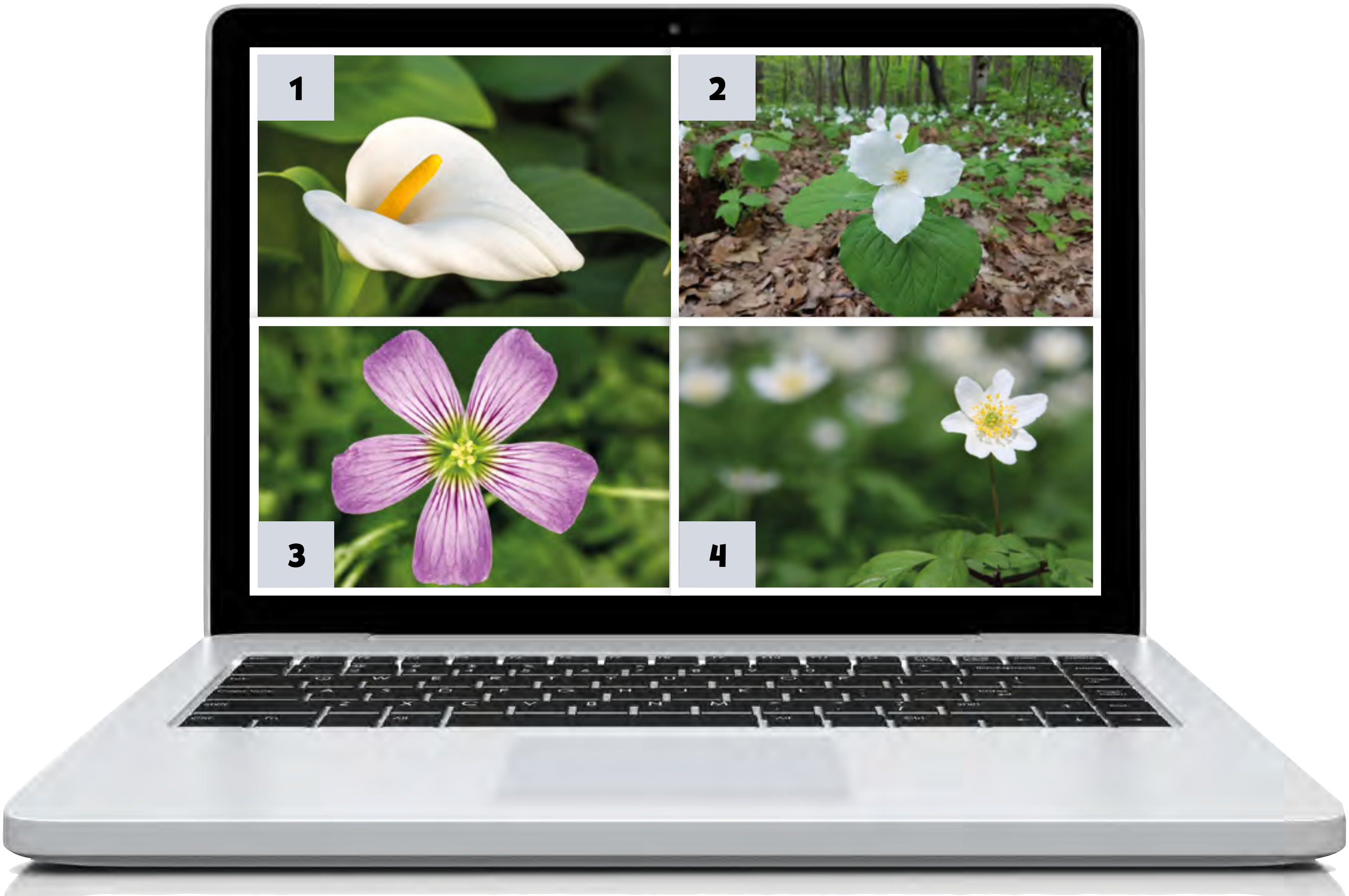
- ¿Qué representa para ti la imagen?
- ¿Qué mejoras para la sociedad trae consigo la tecnología?, ¿y para ti en lo personal?
- ¿Qué problemas asocias al uso excesivo de la tecnología?

Lección 5

# Patrones y lenguaje algebraico

## Actívate

Marcos observa en Instagram las fotografías de una amiga y comenta lo siguiente: «¿Notaste que la cantidad de pétalos de las flores siguen un patrón?».




### Responde

1. ¿Cuántos pétalos tienen las flores de las fotos 1 a 4?
2. ¿Qué patrón podría generar esta secuencia de números?
3. ¿Cómo la expresas con lenguaje algebraico?
4. Recorta al menos 25 círculos desde un cartón y construye la secuencia anterior (también puedes usar otros objetos como monedas o porotos). De acuerdo con el patrón, ¿cuántos elementos debería tener el quinto término de la secuencia?

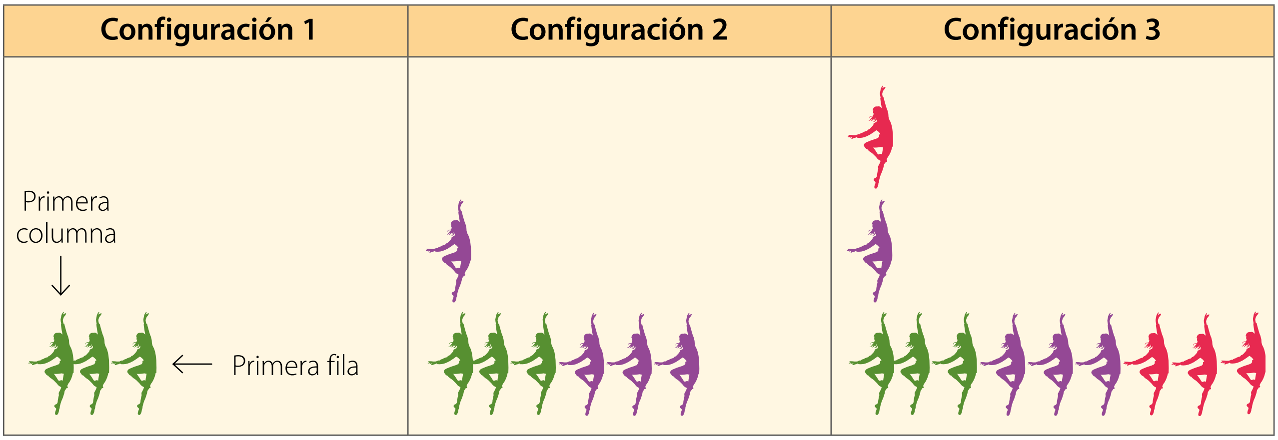
Puedes iniciar con ⟶ *https://bit.ly/39wHPtM*

**Reflexiona**

- ¿Qué redes sociales utilizas habitualmente?
- ¿Cómo te ayuda la tecnología a aprender cosas nuevas?

# Patrones en tablas

Paulina mira en YouTube un video de la coreografía que realizó con sus compañeras de danza. Esta consta de cinco configuraciones, que se van formando con el ingreso de nuevas bailarinas. Las tres primeras son las siguientes:




Las cantidades de bailarinas en la primera fila siguen una regla y en la primera columna, otra.

## Ejemplo 1

problema

**¿Cuántas bailarinas tendrán la primera columna y la primera fila en la configuración 4?**

1. Registra los datos en una tabla.
   Llama $n$ al número de configuración.

| Configuración ($n$) | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| Cantidad de bailarinas en la primera columna | 1 | 2 | 3 | **?** |
| Cantidad de bailarinas en la primera fila | 3 | 6 | 9 | **?** |

2. Identifica una regla.

| Columna | Fila |
|---|---|
| $n = 4$ | $3 \cdot n = 3 \cdot 4 = 12$ |

**Explica** estas reglas a un compañero.

3. Responde.
   La primera columna tendrá 4 bailarinas y la primera fila, 12.

- ¿Cómo representarías la situación con monedas?
- ¿Qué otra representación propondrías? **Explica**.
- ¿Es correcto afirmar que en la columna una regla de formación es «sumar 1 al término anterior»?, ¿por qué?

## Ejemplo 2

problema

¿Cuántas bailarinas tendrá la configuración 4?

1 Registra los datos en una tabla.

| Configuración ($n$) | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| Cantidad de bailarinas | 3 | 7 | 11 | **?** |

2 Identifica una regla.

Aplica prueba y error.

*¿En qué consiste esta estrategia?*

**Prueba 1**

| Configuración ($n$) | Cantidad de bailarinas | Posible regla | Resultado | ¿Coincide? |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | $3 \cdot n$ | $3 \cdot 1 = 3$ | Sí |
| 2 | 7 | $3 \cdot n$ | $3 \cdot 2 = 6$ | **No** |

**Prueba 2**

| Configuración ($n$) | Cantidad de bailarinas | Posible regla | Resultado | ¿Coincide? |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | $2 \cdot n + 1$ | $2 \cdot 1 + 1 = 3$ | Sí |
| 2 | 7 | $2 \cdot n + 1$ | $2 \cdot 2 + 1 = 5$ | **No** |

**Prueba 3**

| Configuración ($n$) | Cantidad de bailarinas | Posible regla | Resultado | ¿Coincide? |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | $4 \cdot n - 1$ | $4 \cdot 1 - 1 = 3$ | Sí |
| 2 | 7 | $4 \cdot n - 1$ | $4 \cdot 2 - 1 = 7$ | Sí |
| 3 | 11 | $4 \cdot n - 1$ | $4 \cdot 3 - 1 = 11$ | Sí |

3 Aplica la regla para $n = 4$.

$$\text{Cantidad de bailarinas} = 4 \cdot n - 1 = 4 \cdot 4 - 1 = 15$$

4 Responde.

La configuración 4 tendrá 15 bailarinas.

- ¿Cómo representarías la configuración 4 usando trozos de papel?
- ¿Cuántas bailarinas habrá para $n = 5$? **Aplica** la regla definida.
- ¿Es correcto afirmar que una regla de formación es «sumar 3 al término anterior»?, ¿por qué?

Un **patrón** corresponde a una regla que permite relacionar valores para formar una secuencia. Analizando la información de una **tabla de datos**, puedes descubrir un patrón y, a partir de él, encontrar valores desconocidos.

**Reflexiona**

¿Cómo te ayudó el orden a descubrir patrones en las tablas?

## Practica en tu cuaderno

**1.** Define.

**a.** Secuencia.

**b.** Patrón.

**2.** Determina los valores desconocidos de acuerdo con el patrón.

**a.** Sumar 8 al término anterior.

| Posición | Valor |
|---|---|
| 1 | 5 |
| 2 | ? |
| 3 | ? |
| 4 | ? |
| 5 | ? |
| 6 | ? |

**b.** Restar 5 al término anterior.

| Posición | Valor |
|---|---|
| 1 | 100 |
| 2 | ? |
| 4 | ? |
| 6 | ? |
| 7 | ? |
| 9 | ? |

**c.** Multiplicar por 2 el término anterior.

| Posición | Valor |
|---|---|
| 1 | 3 |
| 2 | ? |
| 3 | ? |
| 5 | ? |
| 7 | ? |
| 11 | ? |

**3.** Identifica un patrón y **explícalo**.

**a.** 3, 5, 7, 9, 11…

**b.** 23, 19, 15, 11, 7…

**c.** 1, 4, 16, 64…

**d.** 1, 2, 4, 7, 11…

**4.** **Crea** una regla y escribe una secuencia de 8 términos que comience con 10.

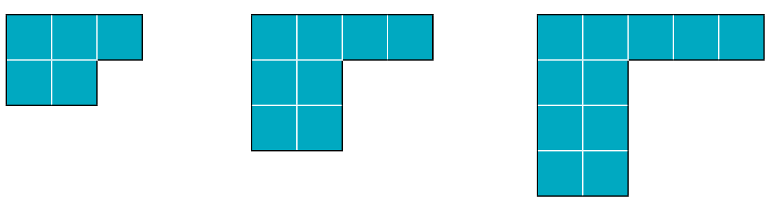
**5.** **Construye** una tabla con los 5 primeros términos de la secuencia generada por cada patrón.

**a.** $n - 8$

**b.** $2 \cdot n - 1$

**c.** $4 \cdot n + 5$

**6.** **Analiza** la secuencia.



Paso 1 Paso 2 Paso 3

**a.** Describe un patrón.

**b.** Exprésalo con lenguaje matemático.

**c.** Construye una tabla con los pasos y la cantidad de cuadrados pequeños en cada uno.

**d.** Predice cuántos cuadraditos tendrá la figura del paso 4.

**e.** ¿Y la del paso 5?

**7.** **Descubre** el patrón que genera cada secuencia y determina el término que falta.

**a.** 2, 4, 6, $\boxed{?}$, 10, 12...

**b.** 1, 4, 7, 10, 13, $\boxed{?}$ ...

**c.** 30, $\boxed{?}$, 20, 15, 10, 5

**d.** $\boxed{?}$, 7, 10, 13...

**8.** **Analiza** las tablas.

Tabla 1

| Posición | 1 | 3 | 7 | 12 |
|---|---|---|---|---|
| **Valor** | 4 | 12 | 28 | 48 |

Tabla 2

| Posición | 5 | 8 | 15 | 24 |
|---|---|---|---|---|
| **Valor** | 4 | 7 | 14 | 23 |

Tabla 3

| Posición | 1 | 2 | 4 | 9 |
|---|---|---|---|---|
| **Valor** | 5 | 7 | 11 | 21 |

Tabla 4

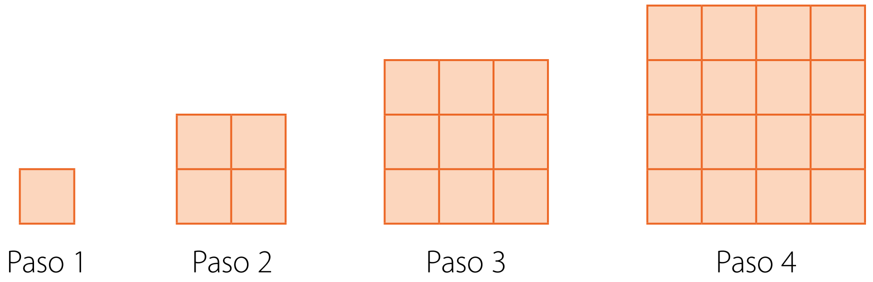
| Posición | 3 | 7 | 16 | 23 |
|---|---|---|---|---|
| **Valor** | 12 | 32 | 77 | 112 |

**a.** Identifica un patrón para los valores de cada tabla y exprésalo algebraicamente.

**b.** Para cada tabla, determina los valores que corresponden a las posiciones 6, 10, 13, 17 y 20.

**9.** **Resuelve** los **problemas**.

**a.** Observa la secuencia.




- ¿Qué patrón identificas?
- ¿Es el único patrón posible o puede haber otro?, ¿por qué?
- ¿Qué figura irá en el paso 5? Dibújala y descríbela.
- ¿Cuántos cuadrados pequeños habrá en el paso 5?
- ¿Y en el paso 6?
- ¿Y en el paso $n$?

**b.** Un perfil de Facebook publicó el desafío del afiche.

- ¿Cuántos triángulos hay en los pasos 1, 2 y 3?
- ¿Cuántos palitos tienen los pasos 1, 2 y 3?
- ¿Qué patrón identificas en la secuencia?
- ¿Cuántos triángulos tendrá el paso 4?
- ¿Cuántos palitos tendrá el paso 4?
- ¿Cuántos triángulos tendrá el paso 10?
- ¿Cuántos palitos tendrá el paso 20?
- ¿Cuál es la respuesta al desafío?


**c.** Un servicio de restaurante a domicilio publica en sus redes sociales un menú especial. El dueño quiere crear una tabla para calcular los valores de venta.

- Si $n$ es el número de menús pedidos, ¿qué expresión permite calcular el valor de venta?
- ¿Cuál es el valor de venta de 2 menús?
- ¿Y el de 3?
- ¿Y el de 4?
- ¿Qué tabla propondrías al dueño del servicio de restaurante?

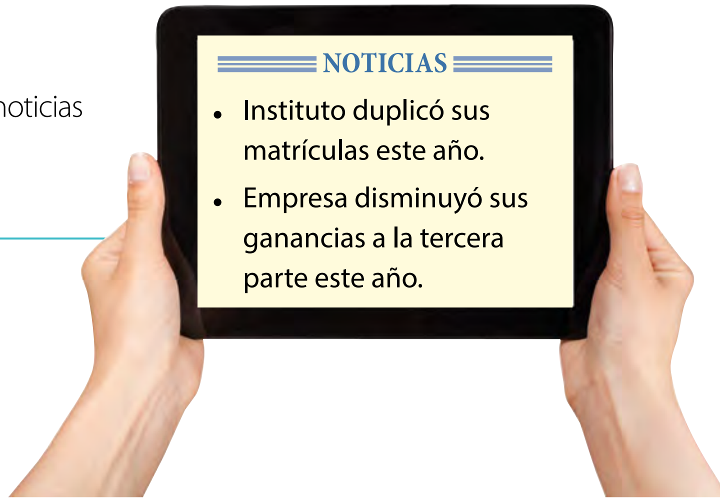

**d.** Un servicio de transporte, a través de su *software* de aplicación móvil, ofrece vehículos y conductores a la tarifa que se indica en la imagen.

- Si $n$ es el número de kilómetros por recorrer, ¿qué expresión permite calcular el costo del viaje?
- ¿Cuánto paga un pasajero que recorre 2 km?
- ¿Y 5 km?
- ¿Y 10 km?
- ¿Qué tabla resume los costos para carreras de 1, 2, 4, 7 y 9 km?


Páginas 58 a 63.

# Lenguaje algebraico

Miguel lee un diario digital y quiere interpretar las noticias que allí aparecen.




## Ejemplo 1

**¿Cómo expresas matemáticamente la primera noticia?**

1. Identifica el término matemático.
   Instituto <u>duplicó</u> sus matrículas.
2. Interpreta el término.
   La palabra «duplicar» hace referencia a «multiplicar por 2».
3. Responde.
   Si las matrículas del año pasado fueron $x$, las de este año son $2 \cdot x = 2x$.

## Ejemplo 2

**¿Cómo expresas matemáticamente la segunda noticia?**

1. Identifica el término matemático.
   Empresa disminuyó sus ganancias a la <u>tercera parte</u>.
2. Interpreta el término.
   La expresión «tercera parte» hace referencia a «dividir por 3».
3. Responde.
   Si las ganancias del año pasado fueron $x$, las de este año son $\frac{x}{3}$.

- Supón que el año pasado hubo 500 matrículas en el instituto. ¿Cuántas hay este año?
- Supón que el año pasado las ganancias de la empresa fueron $90 000 000. ¿Cuánto fueron este año?

Algunas expresiones cotidianas pueden escribirse con **lenguaje algebraico**:

El doble $\longrightarrow 2x$ | La mitad $\longrightarrow \frac{x}{2}$ | Aumentar $\longrightarrow +$

El triple $\longrightarrow 3x$ | La tercera parte $\longrightarrow \frac{x}{3}$ | Disminuir $\longrightarrow -$

El cuádruplo $\longrightarrow 4x$ | La cuarta parte $\longrightarrow \frac{x}{4}$

## Ejemplo 3

problema

**¿Puede haber un número impar de matriculados en el instituto este año?**

1. Reemplaza algunos números naturales en la expresión $2x$.

| | |
|---|---|
| $x = 5$ | $2 \cdot x = 2 \cdot 5 = 10$ |
| $x = 13$ | $2 \cdot x = 2 \cdot 13 = 26$ |
| $x = 127$ | $2 \cdot x = 2 \cdot 127 = 254$ |

*¿Los productos son pares o impares?*

2. Responde.

No, el número de matriculados debe ser par.

- ¿Crees que exista un número natural $x$ tal que $2x$ sea impar? **Explica**.
- ¿Cómo expresarías con lenguaje algebraico «la suma de dos números pares consecutivos es 14»?

## Ejemplo 4

problema

**¿Cómo puedes modelar los números impares usando lenguaje algebraico?**

1. Analiza la expresión $2x$.

| | | |
|---|---|---|
| $x = 1$ | $2 \cdot x = 2 \cdot 1 = 2$ | $2 - 1 = 1$ |
| $x = 2$ | $2 \cdot x = 2 \cdot 2 = 4$ | $4 - 1 = 3$ |
| $x = 3$ | $2 \cdot x = 2 \cdot 3 = 6$ | $6 - 1 = 5$ |
| $x = 4$ | $2 \cdot x = 2 \cdot 4 = 8$ | $8 - 1 = 7$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $x = n$ | $2 \cdot x = 2 \cdot n = 2n$ | $2n - 1$ |

*¿Los números verdes son pares o impares?*

2. Interpreta.

Si se resta 1 a cada valor de $2x$, se obtienen los números impares.

3. Responde.

Los números impares pueden modelarse por $2x - 1$, en que $x$ es un número natural.

- ¿Qué expresión modela los números impares si x, además de ser un número natural, puede tomar el valor 0?
- ¿Cómo expresarías con lenguaje algebraico «la suma de dos números impares consecutivos es 36»?

Si $x$ representa los números naturales, se definen los siguientes modelos:

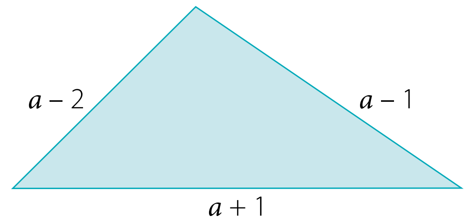
**Números pares** $\longrightarrow 2x$ **Números impares** $\longrightarrow 2x - 1$

## Ejemplo 5

problema

**Las medidas de los lados de un triángulo expresadas en centímetros se representan con lenguaje algebraico.**

**¿Cuál es su perímetro si $a = 6$?**




1. Escribe las medidas de los lados.

| | | |
|---|---|---|
| $a + 1$ | $a - 2$ | $a - 1$ |

Ordena las medidas de la mayor a la menor.

2. Evalúa para a = 6.

| | | |
|---|---|---|
| $6 + 1 = 7$ | $6 - 2 = 4$ | $6 - 1 = 5$ |

3. Interpreta.
Las medidas de los lados son las siguientes:

| | | |
|---|---|---|
| 7 cm | 4 cm | 5 cm |

4. Responde.
El perímetro es:

$$7\text{ cm} + 4\text{ cm} + 5\text{ cm} = 16\text{ cm}$$

- ¿Es posible construir un triángulo de las medidas calculadas? **Justifica** con una representación.
- ¿De qué otra forma desarrollarías el problema? **Compara** con un compañero y **evalúa** su propuesta.
- ¿Puede $a$ tomar cualquier valor natural?, ¿por qué? **Explica**.

## Ejemplo 6

problema

**¿Qué expresión permite modelar el perímetro $P$ del triángulo del Ejemplo 5?**

1. Recuerda cómo calcular el perímetro de un triángulo.
El perímetro se calcula sumando la medida de sus tres lados.

*¿Cómo se define el perímetro de un polígono cualquiera?*

2. Responde.
El perímetro $P$ se puede modelar con la siguiente expresión:

$$P = a + 1 + a - 2 + a - 1$$

**Explica** qué entiendes por modelar.

- Si en la expresión anterior reemplazas $a = 6$, ¿obtienes el mismo resultado que en el Ejemplo 5?, ¿por qué? **Explica** y **compara** con un compañero.

**Reflexiona**

¿De qué manera la creatividad te ayudó a usar el lenguaje algebraico?

## Practica en tu cuaderno

**1.** Considera que $x$ representa los números naturales. Escribe la expresión algebraica que representa los:

- **a.** números impares.
- **b.** múltiplos de 3.
- **c.** números pares.
- **d.** múltiplos de 10.

**2.** Considera el número 24. Calcula:

- **a.** su doble.
- **b.** su mitad.
- **c.** su sucesor.
- **d.** su tercera parte.
- **e.** su triple.
- **f.** su antecesor.

**3.** Representa con una expresión algebraica.

- **a.** Un número aumentado en 4.
- **b.** El doble de un número disminuido en 2.
- **c.** La tercera parte de un número aumentado en 1.
- **d.** El triple de un número más su mitad.

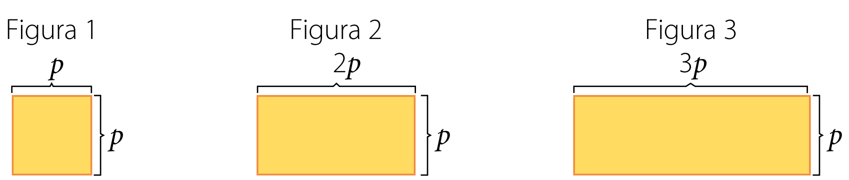
**4.** Reemplaza $p = 2$, $q = 4$ y $r = 5$ para determinar los valores de las expresiones.

- **a.** $p + q$
- **b.** $p + r$
- **c.** $q + r$
- **d.** $q - p$
- **e.** $p + q - r$
- **f.** $p + 2q$
- **g.** $p \cdot q + 2$
- **h.** $p + q \cdot r$
- **i.** $3p + 2q - 2r$

**5.** Completa la tabla.

| $a$ | $b$ | $c$ | $a + b + c$ | $2a + 3b - c$ | $a \cdot b \cdot c$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | ? | ? | ? |
| 2 | 1 | 3 | ? | ? | ? |
| 1 | 3 | 2 | ? | ? | ? |
| 3 | 3 | 5 | ? | ? | ? |
| 10 | 12 | 10 | ? | ? | ? |

**6.** Considera el cuadrado de la figura 1 y los rectángulos de las figuras 2 y 3.




- **a.** Calcula los perímetros para $p = 1$ cm, $p = 2$ cm, $p = 4$ cm, $p = 6$ cm y $p = 10$ cm.
- **b.** Calcula las áreas para $p = 1$ cm, $p = 3$ cm, $p = 5$ cm, $p = 9$ cm y $p = 12$ cm.
- **c.** Modela los perímetros y las áreas usando una expresión algebraica.

**7.** Considera los triángulos.

Figura 1

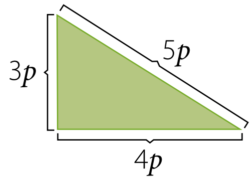



Figura 2

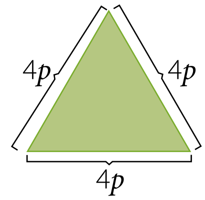
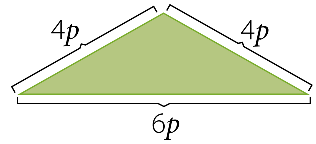



Figura 3




**a.** Calcula los perímetros para $p = 1$ cm, $p = 3$ cm, $p = 4$ cm, $p = 7$ cm y $p = 10$ cm.

**b.** Modela los perímetros usando una expresión algebraica.

**8.** Escribe los primeros 5 elementos de la secuencia cuyo término general es:

**a.** $4x$ **b.** $2x + 2$ **c.** $3x - 2$ **d.** $3x + 2$ **e.** $5x + 4$

**9. Traduce** a lenguaje algebraico las situaciones.

**a.** La suma entre un número y 5 es el doble de 8.

**b.** El doble de un número más su triple es 25.

**c.** La diferencia entre el triple de un número y 10 es el doble de 13.

**d.** La suma del doble de un número y de su tercera parte es el triple de 21.

**e.** La suma de un número y su cuádruplo es 120.

**10. Resuelve** los **problemas**. Usa la estrategia de prueba y error.

**a.** ¿Qué número cumple que su doble es 28?

**b.** ¿Qué número cumple que su cuarta parte es 12?

**c.** ¿Qué número sumado con su sucesor da como resultado 49? [Profundización]

**d.** ¿Qué números cumplen que su diferencia es 2 y su producto, 80? [Profundización]

**e.** ¿Qué números cumplen que su suma es 29 y su diferencia, 5? [Profundización]

**f.** ¿Qué números cumplen que su suma es 20 y su producto, 91? [Profundización]

**g.** Francisca tiene \$30 000 en su cuenta bancaria y quiere comprar en línea la cámara de la imagen.

- ¿Qué ecuación permite modelar la cantidad de dinero $x$ que necesita Francisca para hacer su compra?
- ¿Cuánto dinero necesita Francisca para comprar la cámara?

**11.** Dos integrantes. Uno calcula la suma 4 + 5 y el otro, 5 + 4.

- **Etapa 1** (grupal): **Analicen** los resultados y modelen la propiedad conmutativa de la adición en forma algebraica usando las letras $m$ y $n$.
- **Etapa 2** (individual): Asigna diferentes valores naturales a $m$ y $n$ y **comprueba** que la propiedad se cumple en todos los casos.
- **Etapa 3** (grupal): **Propongan** una expresión algebraica que permita modelar la propiedad asociativa de la adición utilizando las letras $m$, $n$ y $p$.
- **Etapa 4** (grupal): **Propongan** una expresión algebraica que permita modelar la propiedad conmutativa de la multiplicación ocupando las letras $a$ y $b$.

**12.** Dos integrantes. Se plantean uno al otro el siguiente truco:

**TRUCO**

- Piensa en un número natural.
- Súmale su antecesor.
- Al resultado, súmale 11.
- Ahora, divide por 2.
- Finalmente, resta el número que pensaste.
- ¿Cuál es el resultado?

- **Etapa 1** (individual): **Analiza** el algoritmo del truco y determina cuál será el resultado que se obtendrá para cualquier número pensado.
- **Etapa 2** (grupal): **Propongan** y **justifiquen** una conjetura que explique por qué se obtendrá siempre ese número.
- **Etapa 3** (grupal): **Creen** un nuevo truco usando sus conocimientos de expresiones algebraicas y preséntenlo al resto del curso.

Páginas 64 a 69.

## Sintetiza

<table>
<tr><th>Patrones en tablas</th><th>Lenguaje algebraico</th></tr>
<tr><td>
<table>
<tr><th>Posición</th><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><th>Valor</th><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>12</td></tr>
</table>
Un patrón es multiplicar por 3 cada posición para obtener el valor respectivo.
</td><td>
$\underbrace{\text{«Un número impar».}}_{2x - 1}$<br>
$\underbrace{\text{«El doble de un número equivale a 18».}}_{2x = 18}$
</td></tr>
</table>

## ¿Cómo vas?

Desarrolla en tu cuaderno

**1. Determina** los valores desconocidos de acuerdo con el patrón.

**a.** Sumar 11 al término anterior.

| Posición | Valor |
|---|---|
| 1 | 7 |
| 2 | ? |
| 3 | ? |
| 4 | ? |
| 5 | ? |
| 6 | ? |

**b.** Restar 7 al término anterior.

| Posición | Valor |
|---|---|
| 1 | 205 |
| 2 | ? |
| 4 | ? |
| 6 | ? |
| 8 | ? |
| 12 | ? |

**c.** Multiplicar por 4 el término anterior.

| Posición | Valor |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 3 | ? |
| 5 | ? |
| 8 | ? |
| 10 | ? |
| 13 | ? |

**2. Determina** el perímetro y el área.

| Rectángulo | Largo ($a$) | Ancho ($b$) | Perímetro $= a + b + a + b$ | Área $= a \cdot b$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 7 | 2 | ? | ? |
| 2 | 9 | 5 | ? | ? |
| ? | 12 | 10 | ? | ? |
| 4 | 17 | 15 | ? | ? |

**3. Determina** el doble, el triple, el sucesor y el antecesor de:

**a.** 7 **b.** 11 **c.** 16 **d.** 25 **e.** 47 **f.** 61 **g.** 105

**4. Analiza** la tabla.

| Posición | 9 | 12 | 23 | 45 |
|---|---|---|---|---|
| Valor | 1 | 4 | 15 | 37 |

**a.** Descubre un patrón.

**b.** Determina los valores que se ubican en las posiciones 11, 17, 26, 32, 39 y 96.

**c.** Determina las posiciones en que se ubican los valores 2, 5, 8, 19, 23 y 46.

**d.** ¿Puede ubicarse un valor positivo en la posición 7?, ¿por qué?

**5. Construye** una tabla con los 5 primeros valores naturales generados por cada patrón.

**a.** $n + 5$ **b.** $3 \cdot n - 2$ **c.** $2 \cdot n + 7$

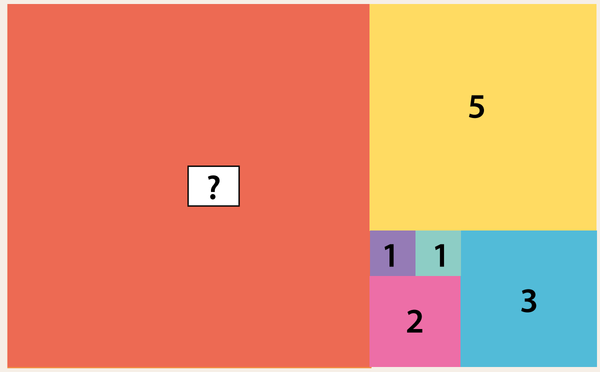
**6. Traduce** a lenguaje cotidiano.

**a.** $x + 8 = 10$ **b.** $3x - 2 = 5 \cdot 2$ **c.** $x + \frac{x}{3} = 9$ **d.** $2x + 3y = 20$

**7.** **Resuelve** los **problemas**.

**a.** En el interior de cada cuadrado de la imagen se indica la medida de su lado expresada en centímetros.

- ¿Qué patrón identificas al ordenar los números de menor a mayor?
- De acuerdo con el patrón, ¿cuánto mide el lado del cuadrado rojo?
- ¿Cuáles son los 5 siguientes números de la sucesión que forman las medidas anteriores? [PROFUNDIZACIÓN]




**b.** Una empresa compró las impresoras de la imagen, idénticas entre sí. En total gastó $2 175 000.

- ¿Cuántas impresoras compró la empresa?
- ¿Qué ecuación permite modelar la cantidad de dinero $x$ que se pagó por cada impresora?
- ¿Cuál es esa cantidad de dinero?
- Si otra empresa compró 4 impresoras por el mismo dinero, ¿qué ecuación modela esta nueva situación?
- ¿Cuál es el costo de una de estas impresoras?

Páginas 70 y 71.

## Retroalimentación

¿Tuviste dificultades para descubrir patrones entre los valores de una tabla?

- Sí → Refuerza en las páginas 71 a 75 de tu libro y puedes visitar *https://n9.cl/7pfka*.
- No → ¿Qué tan importante es el lenguaje algebraico para expresar patrones?

¿Pudiste expresar relaciones matemáticas usando lenguaje algebraico?

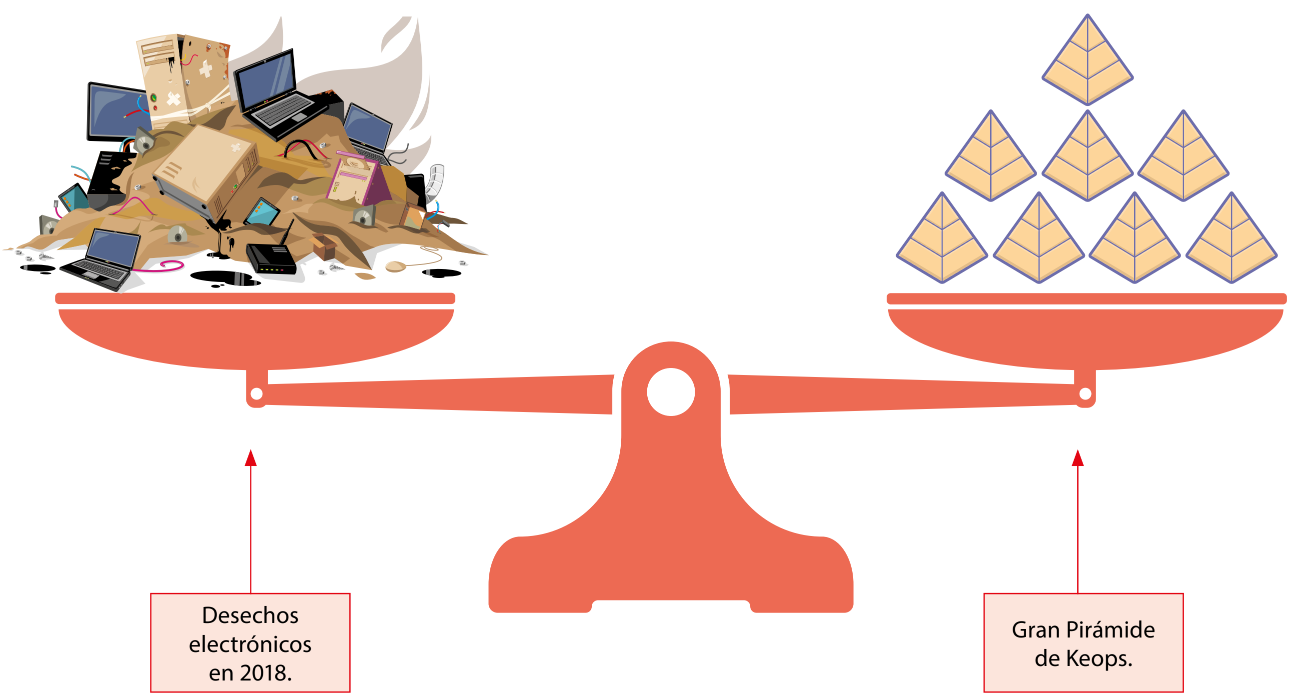
- Sí → ¿Cómo se relaciona el lenguaje algebraico con las ecuaciones?
- No → Refuerza en las páginas 76 a 81 de tu libro y puedes visitar *https://bit.ly/2w3yDyY*.

Lección 6

# Ecuaciones

## Actívate

Según un informe de la Organización de las Naciones Unidas (ONU), el mundo generó alrededor de 50 millones de toneladas de desechos electrónicos en 2018. Esta masa se compara con la de la Gran Pirámide de Keops (Guiza, Egipto) en la siguiente representación:




### Responde

1. ¿Cuántas pirámides hay en la balanza?
2. ¿Qué símbolo matemático permite representar el equilibrio en la balanza?
3. ¿Con qué ecuación puedes modelar la situación?
4. ¿Cuál es la masa aproximada de la Gran Pirámide de Keops?

**Reflexiona**

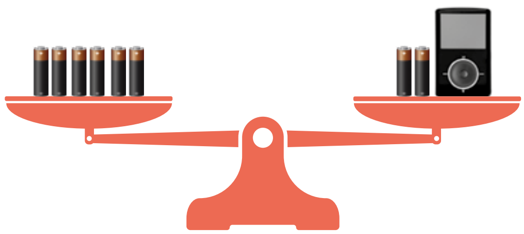
- ¿Qué basura electrónica has generado?
- ¿Qué precaución tomas al desecharla?

Puedes iniciar con ⟶ *https://bit.ly/2HTzQLU*

# Representación de ecuaciones

Francisco desechará un lote de pilas usadas, su reproductor de música descompuesto y un *pendrive*. Antes de botarlos, puso sobre una balanza algunos de ellos y la equilibró:

*¿Con qué ecuación modelarías este equilibrio?*



**Aprende** *Ciencias Sociales*

Chile fue el tercer productor de basura electrónica en Latinoamérica en 2016, con 8,7 kg por persona.

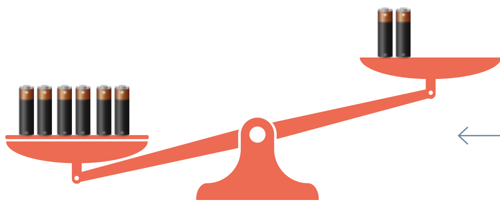
**Fuente:** *https://bit.ly/3maFU4M*

## Ejemplo 1

**problema**

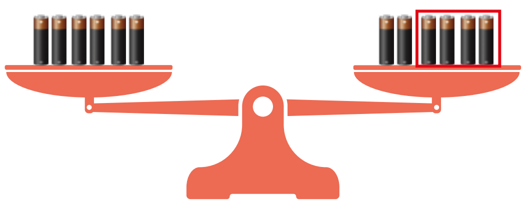
**¿A cuántas pilas equivale la masa del reproductor de música?**

1. Imagina que quitas el reproductor de música.



**Explica** por qué la balanza está en desequilibrio.

2. Cuenta cuántas pilas debes agregar para restablecer el equilibrio.



*¿Cuántas pilas hay en este recuadro?*

3. Responde.
   El reproductor de música tiene la misma masa que 4 pilas.

- ¿Cómo habrías resuelto tú el problema? **Aplica** otra estrategia y **evalúa** la de un compañero.
- Si la masa de cada pila es 11,5 g, ¿cuál es la masa del reproductor de música? **Expón** tu estrategia a un compañero y compara.

Una **ecuación** es una igualdad en que hay términos desconocidos o incógnitas:

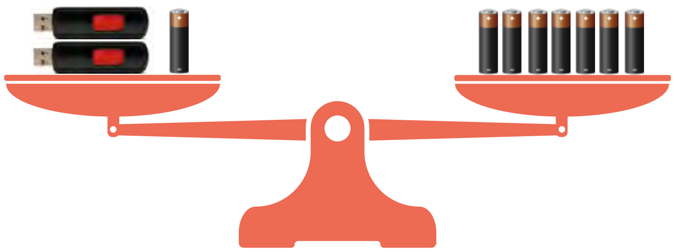
En este caso hay una incógnita. $\longrightarrow$ $x + 4 = 9$

Puede representarse mediante una **balanza equilibrada**.

## Ejemplo 2

problema

Otro equilibrio que realizó Francisco fue el siguiente:



¿La masa de un *pendrive* es mayor o menor que la de una pila?

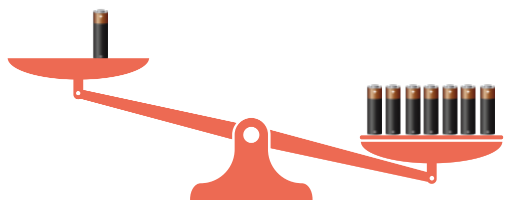
¿Cuántas pilas tienen la misma masa que un *pendrive*?

**Aprende** *Ciencias Sociales*

Los principales residuos electrónicos que se generan son los teléfonos móviles y los ordenadores por ser los que cambiamos con mayor frecuencia.

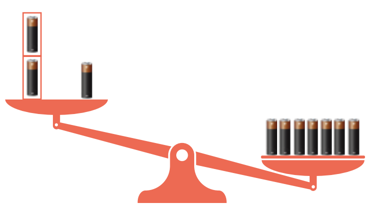
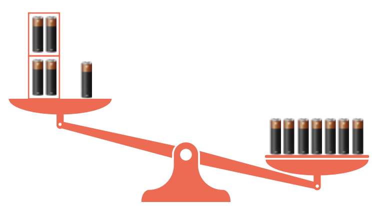
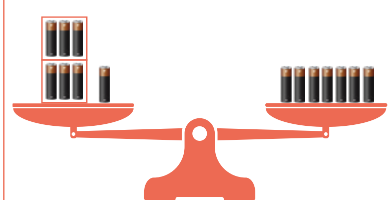
**Fuente:** *https://n9.cl/21e67*

1. Imagina que quitas los *pendrives*.



2. Forma dos grupos, cada uno con 1 pila, 2 pilas y 3 pilas.
   Prueba agregando los grupos hasta lograr el equilibrio en la balanza:

*¿Cuántas pilas hay en cada lado de la balanza?*

| Dos grupos de 1 pila | Dos grupos de 2 pilas | Dos grupos de 3 pilas |
|---|---|---|
|  |  |  |
| No hay equilibrio | No hay equilibrio | Equilibrio |

3. Responde
   Un *pendrive* tiene la misma masa que 3 pilas.

- Si la masa de cada pila es 11,5 g, ¿cuál es la masa de un pendrive?
- ¿Qué ecuación modela la situación inicial?

**Resolver una ecuación** consiste en determinar el valor de su incógnita que permite que la igualdad sea verdadera.

## Ejemplo 3

**¿Cómo puedes representar la ecuación $2x + 3 = 11$ en una balanza?**

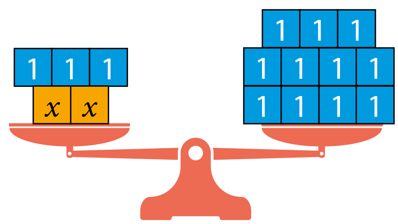
1. Define tus representaciones.

   $\boxed{x}$ ▶ Incógnita. $\boxed{1}$ ▶ Unidad.

2. Define cuántas van a un lado y otro de la balanza.
   A partir de la ecuación $2x + 3 = 11$, se definen:

| A la izquierda | A la derecha |
|---|---|
| 2 incógnitas<br>3 unidades | 11 unidades |

3. Responde.



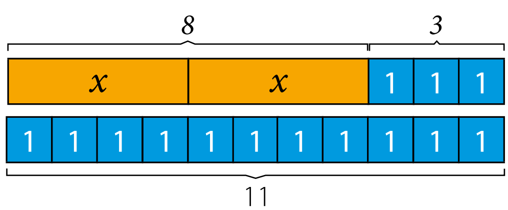

## Ejemplo 4

**¿Cómo puedes representar la ecuación $2x + 3 = 11$ utilizando barras?**

1. Define tus representaciones.
   La longitud de los tramos de la barra dará una idea del valor de la incógnita.

2. Responde.

*¿Por qué las barras tienen la misma longitud?*




**Explica** por qué esta barra se dividió en 11 partes iguales.

- ¿Cómo representarías la ecuación en una balanza utilizando bloques de 1 unidad y otros de 3 unidades?
- ¿Cuál es el valor de $x$? Responde usando ambas representaciones.

Una **ecuación** también puede representarse usando **barras**.

**Reflexiona**

¿Crees que es útil ser flexible al emplear las representaciones propuestas?, ¿por qué?

**Practica** en tu cuaderno

**1.** Representa las ecuaciones en balanzas y **resuélvelas**.

**a.** $x + 2 = 2$

**b.** $x + 3 = 6$

**c.** $12 = 4 + x$

**d.** $2x + 1 = 11$

**e.** $2x + 4 = 6$

**f.** $5 = 2 + 3x$

**g.** $4x = 16$

**h.** $20 = 3x + 5$

**2.** Representa las ecuaciones usando barras y **resuélvelas**

**a.** $x + 2 = 4$

**b.** $7 = x + 3$

**c.** $14 = x + 4$

**d.** $9 = 2x + 1$

**e.** $12 = 6x$

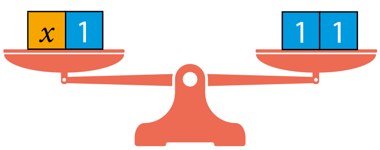
**f.** $10 = 6 + 4x$

**g.** $5x + 5 = 20$

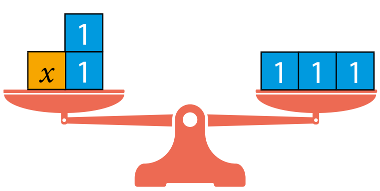
**h.** $12 + 4x = 28$

**3.** **Descubre** las ecuaciones y **resuélvelas**.

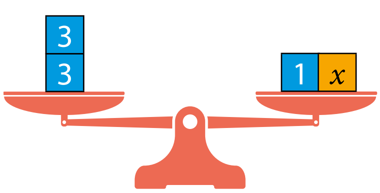
**a.**



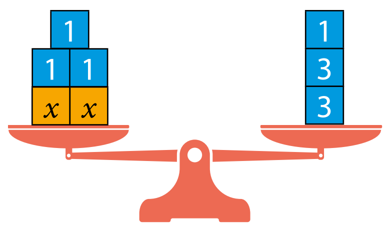

**b.**



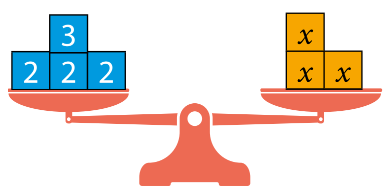

**c.**



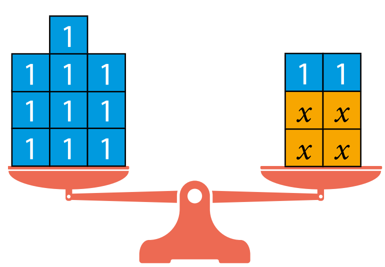

**d.**




**e.**

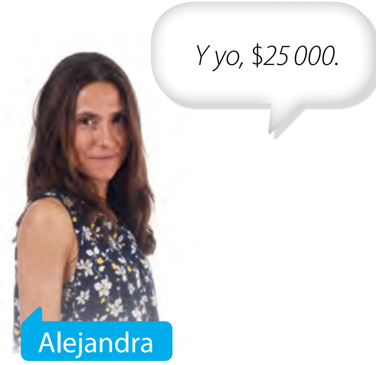



**f.**



**4. Resuelve** los **problemas**.

**a.** Felipe y Alejandra quieren comprar un sillón que cuesta $80 000.


- ¿Qué ecuación permite modelar la cantidad de dinero $x$ que falta para hacer la compra?
- ¿Cuál podría ser su representación usando barras?
- ¿Cuánto dinero les falta?

**b.** Laura compró el computador de la imagen. Pagó $100 000 en efectivo y el resto en 3 cuotas iguales.

- ¿Qué ecuación permite modelar el valor de cada cuota $x$?
- ¿Cuál podría ser su representación usando barras?
- ¿Cuál es el valor de cada cuota?


**c.** Dos integrantes. Analizan la ecuación $2x + 1 = x + 5$.

- **Etapa 1** (individual): Representa en una balanza o utilizando barras. [Profundización]
- **Etapa 2** (individual): Resuelve a partir de tu representación. [Profundización]
- **Etapa 3** (grupal): Evalúen ambas resoluciones y establezcan cuál de las estrategias aplicadas permitió obtener el valor de $x$ de forma más sencilla.

**d.** Miguel tenía una botella con 2 L de jugo y, tras servir 6 vasos pequeños y 2 grandes, le sobraron 0,2 L. La capacidad de un vaso pequeño es 0,2 L. [Profundización]

- ¿Qué ecuación permite modelar la capacidad $x$ de un vaso grande?
- ¿Cuál podría ser su representación usando barras?
- ¿Cuál es la capacidad de un vaso grande?

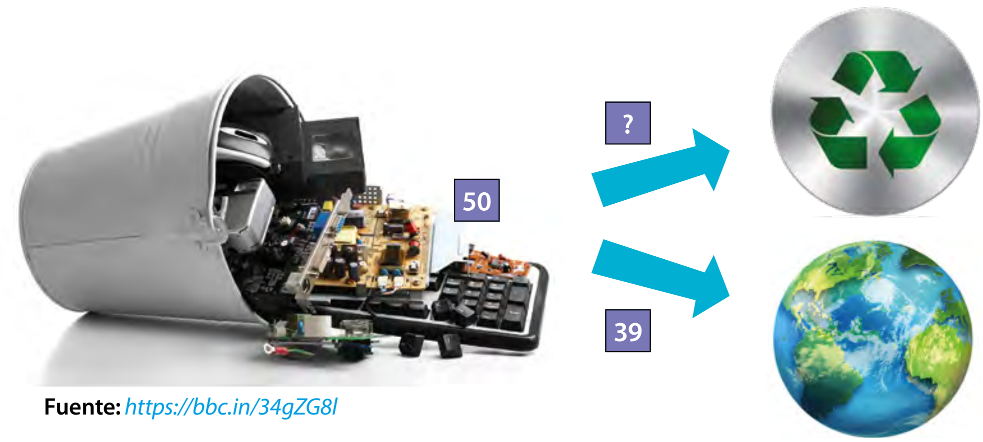
Páginas 72 a 77.

# Resolución de ecuaciones

El esquema muestra, en forma aproximada, la cantidad de millones de toneladas de desechos electrónicos que se reciclaron ( ) en 2018 y las que acabaron en vertederos o en el medio natural.

**Aprende** *Ciencias*

Tonelada es una unidad de masa que equivale a 1 000 kg.




**Fuente:** *https://bbc.in/34gZG8l*

## Ejemplo 1

**problema**

**¿Qué ecuación permite modelar la situación?**

1. Expresa la información con lenguaje cotidiano.

| Opción 1 | Opción 2 |
|---|---|
| La diferencia entre la masa de desechos generados y la que va a vertederos o al medio natural equivale a lo reciclado. | La suma de las masas de desechos reciclados y de los que van a vertederos o al medio natural equivale a lo generado. |

2. Identifica el dato desconocido.
En ambos casos es la masa de desechos electrónicos reciclados. Lo llamamos $x$.

3. Responde.
Se proponen dos modelos en que los números expresan millones de toneladas:

| Opción 1 | Opción 2 |
|---|---|
| $50 - 39 = x$ | $x + 39 = 50$ |

- ¿Qué otra ecuación modela la situación? **Propón** un modelo y compara con un compañero.
- ¿Cuál es el valor de x de acuerdo con la opción 1?
- ¿Qué estrategia usarías para resolver la ecuación de la opción 2?, ¿por qué?

## Ejemplo 2

problema

**¿Cuántas toneladas de desechos electrónicos fueron recicladas en 2018?**

1. Escribe la ecuación de la opción 2.

$$x + 39 = 50$$

2. Descompón el término de la derecha.
Una descomposición conveniente es:

$$50 = 11 + 39$$

*¿Por qué esta descomposición es conveniente?*

3. Haz corresponder los términos «uno a uno».

$$x + 39 = 50$$
$$\updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow$$
$$11 + 39 = 50$$

Identifica qué término se corresponde con $x$.

4. Responde.
En 2018 se reciclaron cerca de 11 millones de toneladas de desechos.

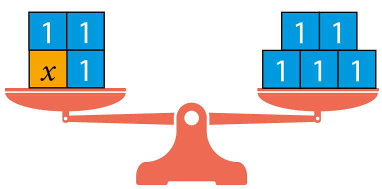
- ¿Cómo representarías la ecuación usando barras? **Explica**.
- Aproximadamente, ¿qué porcentaje de la masa de desechos electrónicos fue reciclada en 2018?

## Ejemplo 3

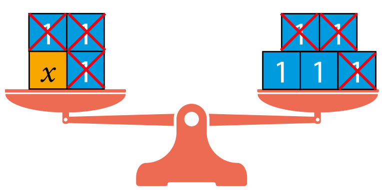
problema

**¿Cuál es la solución de $x + 3 = 5$?**

1. Representa en una balanza.




2. Elimina unidades de ambos lados de la balanza.
Por cada unidad de la izquierda que elimines, quita una de la derecha.




*¿Cuántas unidades se eliminaron en cada lado?*

3. Interpreta y responde.
En la izquierda está la incógnita y en la derecha, 2 unidades. Por lo tanto:

$$x = 2$$

- ¿Cómo **comprobarías** el resultado obtenido? **Explica**.

## Ejemplo 4

problema

**¿Cómo resuelves $x + 3 = 5$ usando la operación inversa?**

1. Identifica la operación en que participa la incógnita.

$$\underbrace{x + 3}_{\text{Adición.}} = 5$$

*¿Cuál es la operación inversa de la adición?*

2. Aplica la operación inversa en ambos lados de la igualdad.

$$x + 3 - 3 = 5 - 3$$

3. Desarrolla.

$$x + 0 = 2$$
$$x = 2$$

4. Responde.

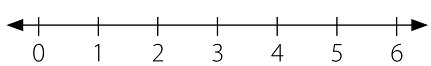
Al restar 3 en ambos lados de la igualdad se obtiene que $x = 2$.

- ¿Cómo **resolverías** $x - 3 = 5$ con esta estrategia? **Expón** el desarrollo a tus compañeros.

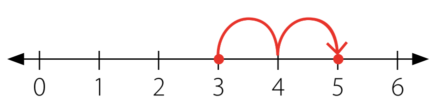
## Ejemplo 5

**¿Cómo compruebas que la solución de $x + 3 = 5$ es $x = 2$?**

1. Usa la recta numérica y la correspondencia «uno a uno».

| Dibuja una recta numérica | Descompón aditivamente el 5 |
|---|---|
|   | $5 = 2 + 3$ |

2. Desarrolla las estrategias.

| Realiza «saltos» unitarios desde 3 a 5 | Haz la correspondencia «uno a uno» |
|---|---|
|   | $x + 3 = 5$ <br> $\updownarrow \;\; \updownarrow \;\; \updownarrow$ <br> $2 + 3 = 5$ |

3. Interpreta.

| | |
|---|---|
| El número de «saltos» es la solución. | El número que le corresponde a $x$ es la solución. |

4. Responde.

Resolviendo en la recta numérica y utilizando la correspondencia «uno a uno» se comprueba que la solución es $x = 2$.

## Ejemplo 6

problema

**¿Cuál es la solución de $2x - 5 = 13$?**

*¿Cómo expresas con lenguaje cotidiano $2x - 5$?*

1. Identifica la operación inversa.

$$2x - 5 = 13$$

Sustracción.

*¿Cuál es la operación inversa de la sustracción?*

2. Aplica la operación inversa.

$$2x - 5 + 5 = 13 + 5$$

3. Desarrolla.

$$2x = 18$$

4. Pregúntate: ¿qué número multiplicado por 2 da 18?

El número es 9.

*¿Cuál es el doble de 9?*

5. Responde.

La solución es $x = 9$.

## Ejemplo 7

**¿Cómo compruebas que la solución de $2x - 5 = 13$ es $x = 9$?**

1. Descompón convenientemente el término de la derecha.

$$13 = 2 \cdot 9 - 5$$

**Explica** por qué esta descomposición es conveniente.

2. Haz corresponder los términos «uno a uno».

$$\begin{array}{ccccc} 2x & - & 5 & = & 13 \\ \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow \\ 2 \cdot 9 & - & 5 & = & 13 \end{array}$$

3. Responde.

Se comprueba que $x = 9$.

- ¿Cómo **resolverías** $3x + 7 = 25$ con esta estrategia? **Explica**.
- ¿Cuál de las estrategias aplicadas te gustó más?, ¿por qué?

Algunas **estrategias** para resolver una **ecuación** son las siguientes:

- Uso de balanza.
- Representación con barras.
- Correspondencia «uno a uno».
- Aplicación de operación inversa.
- Utilización de la recta numérica.

**Reflexiona**

¿Cómo te ayudó a resolver ecuaciones el uso de más de una estrategia?

## Practica en tu cuaderno

**1.** Define.

**a.** Ecuación.

**b.** Solución de una ecuación.

**c.** Balanza.

**2.** Expresa algebraicamente.

**a.** 3 más un número.

**b.** Un número menos 10.

**c.** El doble de un número más 6.

**d.** El triple de un número menos 12.

**3.** Expresa con lenguaje cotidiano.

**a.** $x + 7$

**b.** $4 - x$

**c.** $7 + 3x$

**d.** $4x - 1$

**4.** **Propón** una ecuación que modele cada **problema** y resuélvela.

**a.** Miguel vio 12 capítulos de su serie favorita el fin de semana. El sábado vio 5. ¿Cuántos vio el domingo?

**b.** Isabel tiene 18 años. La edad de Mauricio equivale al doble de la de Isabel más 8 años. ¿Qué edad tiene Mauricio?

**c.** Daniela leyó un libro de 85 páginas en 4 días. Los primeros 3, leyó la misma cantidad de páginas por día y el cuarto, leyó 40. ¿Cuántas páginas leyó los tres primeros días?

**5.** **Resuelve** las ecuaciones. Usa una balanza y **comprueba** representando con barras.

**a.** $x + 1 = 5$

**b.** $x + 3 = 7$

**c.** $5 + x = 6$

**d.** $7 = x + 6$

**e.** $19 = 11 + x$

**f.** $2x + 2 = 12$

**g.** $1 + 3x = 4$

**h.** $30 = 3x + 9$

**i.** $2x + 1 = 5$

**6.** **Resuelve** las ecuaciones. Utiliza la operación inversa y **comprueba** con la estrategia de correspondencia «uno a uno».

**a.** $2 + x = 10$

**b.** $x + 7 = 8$

**c.** $x - 2 = 7$

**d.** $x - 9 = 7$

**e.** $13 = 10 + x$

**f.** $x - 12 = 26$

**g.** $3 + 2x = 15$

**h.** $0{,}3x - 1{,}2 = 1{,}2$

**i.** $2x + 0{,}8 = 1{,}2$

**7.** **Evalúa** si el valor de $x$ es solución de la ecuación.

**a.** $x + 3 = 20$
$x = 17$

**b.** $11 = x - 7$
$x = 14$

**c.** $1{,}6 = 0{,}2x$
$x = 3{,}2$

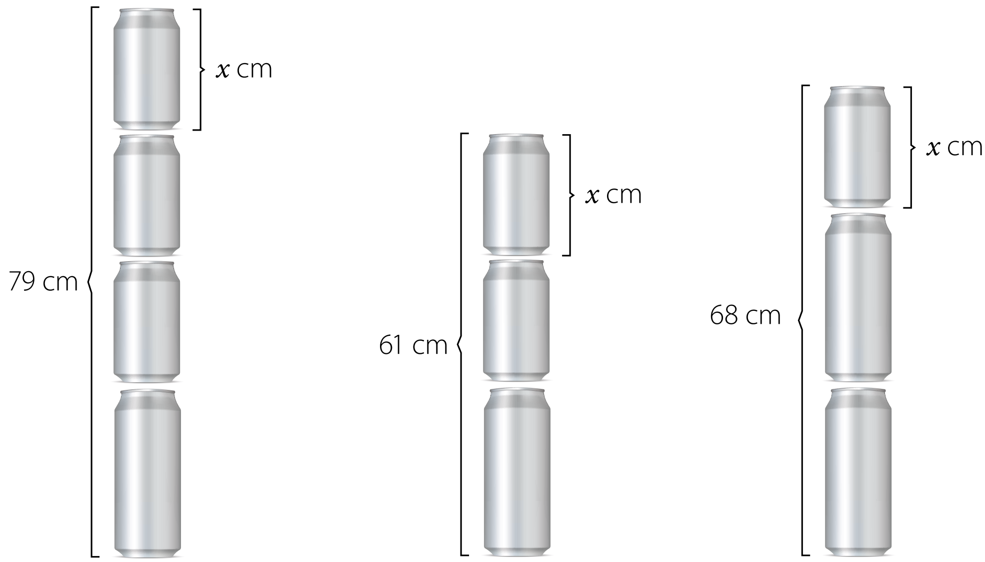
**d.** $3x + 5 = 14$
$x = 4$

**8.** **Crea** 3 ecuaciones cuya solución sea:

**a.** 1 **b.** 3 **c.** 5 **d.** 7 **e.** 11 **f.** 15 **g.** 21

9. **Resuelve** los **problemas**.

**a.** Arturo armó torres apilando dos tipos de latas. La lata grande mide 25 cm de altura.




Torre $A$ Torre $B$ Torre $C$

- ¿Qué ecuación modela la altura de la torre $A$?, ¿cuál es su solución?
- ¿Qué ecuación modela la altura de la torre $B$?, ¿cuál es su solución?
- ¿Qué ecuación modela la altura de la torre $C$?, ¿cuál es su solución?
- ¿Tienen las ecuaciones anteriores la misma solución?, ¿por qué?
- ¿Cuál es la altura de la lata pequeña?

**b.** La diferencia entre 12 y el doble de un número es 6. ¿Cuál es el número? [PROFUNDIZACIÓN]

**c.** La suma del doble de un número y su triple es 105. ¿Cuál es el número? [PROFUNDIZACIÓN]

Páginas 78 a 83.

## Sintetiza

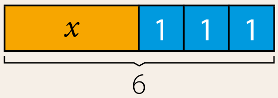
| Representación de ecuaciones | Resolución de ecuaciones |
|---|---|
| $\overbrace{x+9=12}^{\text{Ecuación}}$<br>Incógnita<br>Una **ecuación** puede representarse en una **balanza** o usando **barras**. | Resolver una **ecuación** consiste en determinar el valor de la incógnita que verifica su igualdad.<br>$x+3=5$<br>$x = 1$ no es solución, ya que $1+3 \neq 5$.<br>$x = 2$ sí es solución, ya que $2+3=5$. |

## ¿Cómo vas?

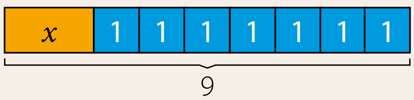
Desarrolla en tu cuaderno

1. **Transfiere** cada representación. Exprésala en una balanza y como ecuación.

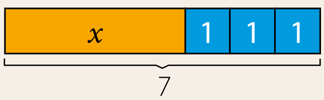
a.



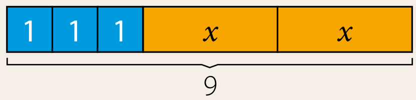

b.



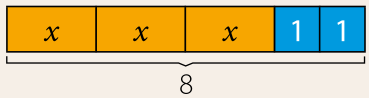

c.



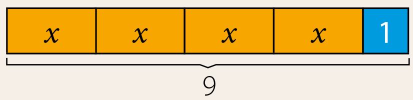

d.




e.

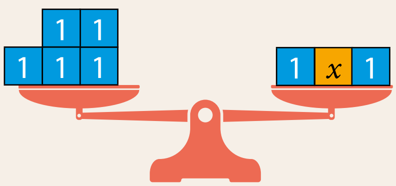



f.

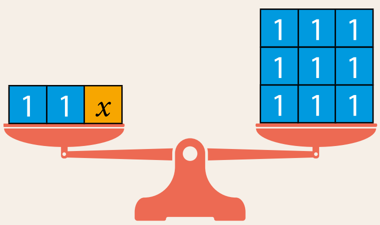



2. **Transfiere** cada representación. Exprésala con barras y como ecuación.

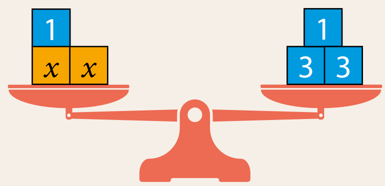
a.



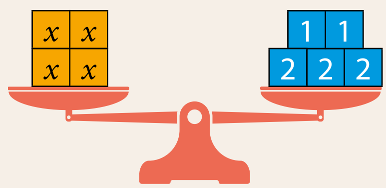

b.




c.




d.




3. **Resuelve** las ecuaciones y **compruébalas**.

a. $x + 1 = 2$
b. $3 + x = 7$
c. $40 = x + 20$
d. $x - 4 = 18$
e. $x - 7 = 9$
f. $15 + x = 30$
g. $1\,000 = x - 100$
h. $2x + 7 = 11$
i. $11 + 2x = 21$
j. $45 = 43 + 2x$
k. $2x - 10 = 10$
l. $8 + 2x = 20$
m. $120 = 20 + 2x$
n. $23 = 2x - 5$
ñ. $3x + 1 = 10$
o. $35 = 3x - 4$
p. $5x + 25 = 55$
q. $12 + 4x = 24$
r. $7x - 9 = 40$
s. $200 = 20 + 9x$
t. $10x - 100 = 100$

4. Calcula mentalmente la solución. **Explica** tu estrategia. [PROFUNDIZACIÓN]

a. $x + 10 = 20$
b. $x - 10 = 20$
c. $x + x = 14$
d. $10x = 90$

**5.** **Resuelve** los **problemas**.

**a.** Isabel seleccionó 5 canciones en su reproductor de música. Su selección tiene una duración total de 17 min. El primer tema dura 5 min y la duración de los restantes es aproximadamente la misma.

- ¿Qué ecuación permite modelar la duración aproximada $x$ de cada uno de los restantes temas?
- ¿Cuál sería su representación en una balanza?
- ¿Y su representación con barras?
- ¿Cuál es la duración aproximada de los restantes temas?

**b.** Isabel corrió 1 250 m y luego dio 7 vueltas siguiendo el contorno de una cancha de fútbol. En total recorrió 3 210 m.

- ¿Qué ecuación permite modelar el perímetro $p$ de la cancha?
- ¿Cuál sería su representación con barras?
- ¿Y su representación en una balanza?
- ¿Cuál es el perímetro de la cancha?

**c.** Dos integrantes. Cada uno selecciona una de las siguientes ecuaciones:

$$2x + 5 = 12 \qquad 4x + 10 = 24$$

- **Etapa 1** (individual): Resuelve tu ecuación.
- **Etapa 2** (grupal): Comparen las soluciones obtenidas.
- **Etapa 3** (grupal): Establezcan una relación entre las ecuaciones para justificar los resultados de la comparación. [Profundización]
- **Etapa 4** (grupal): Propongan 3 ecuaciones que cumplan con la relación que establecieron en conjunto y verifiquen resolviéndolas. [Profundización]

Páginas **84** y **85**.

## Retroalimentación

¿Pudiste representar ecuaciones?

- Sí → ¿Qué representación te fue más útil?
- No → Refuerza en las páginas 85 a 89 de tu libro y puedes visitar *https://bit.ly/32wDDrO*.

¿Tuviste dificultades para resolver ecuaciones?

- Sí → Refuerza en las páginas 90 a 95 de tu libro y puedes visitar *https://bit.ly/2I3eyvo*.
- No → ¿En qué situaciones cotidianas las ecuaciones pueden ayudarte a resolver problemas?

# ¿Qué aprendiste?

Desarrolla en tu cuaderno

1. Identifica un patrón.

**a.**

| Valor $A$ | Valor $B$ |
|---|---|
| 2 | 8 |
| 4 | 10 |
| 6 | 12 |
| 8 | 14 |

**b.**

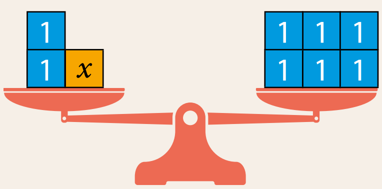
| Valor $A$ | Valor $B$ |
|---|---|
| 1 | 9 |
| 2 | 16 |
| 3 | 23 |
| 4 | 30 |

2. Expresa con lenguaje algebraico.

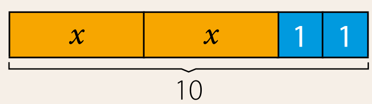
   **a.** Un número disminuido en 9.
   **b.** El antecesor de un número.
   **c.** Los números impares.
   **d.** La propiedad conmutativa.
   **e.** El doble de un número aumentado en 3.
   **f.** La propiedad asociativa.
   **g.** El triple de un número disminuido en su doble.

3. Identifica la ecuación.

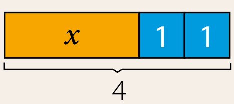
**a.**



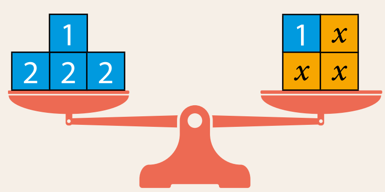

**c.**




**b.**




**d.**




4. **Construye** una tabla con 10 pares de valores para cada patrón.

**a.**

| Valor $A$ | Valor $B$ |
|---|---|
| $n$ | $n + 3$ |

**b.**

| Valor $A$ | Valor $B$ |
|---|---|
| $n$ | $9 + n$ |

**c.**

| Valor $A$ | Valor $B$ |
|---|---|
| $n$ | $n - 2$ |

**d.**

| Valor $A$ | Valor $B$ |
|---|---|
| $n$ | $5n$ |

**e.**

| Valor $A$ | Valor $B$ |
|---|---|
| $n$ | $5n + 1$ |

**f.**

| Valor $A$ | Valor $B$ |
|---|---|
| $n$ | $7n - 5$ |

**5. Resuelve** las ecuaciones y **compruébalas.**

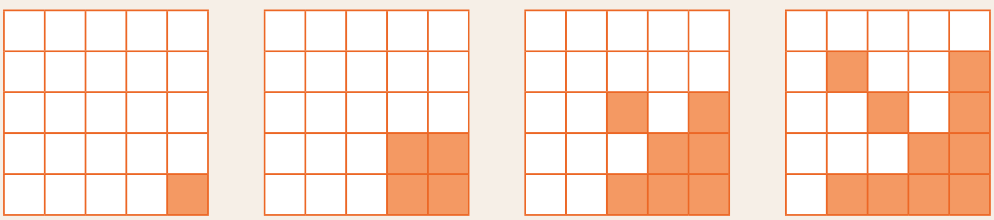
a. $5 + x = 8$
b. $11 + x = 16$
c. $12 = x - 8$
d. $x - 4 = 0$
e. $2x + 6 = 6$
f. $21 + 3x = 42$
g. $18 + x = 28$
h. $4x = 40$
i. $5x - 12 = 8$
j. $62 = 4x - 22$
k. $7x + 70 = 119$
l. $105 + 10x = 205$

**6. Resuelve** los **problemas**.

a. Alejandro compró en una tienda virtual objetos para su oficina. El reloj de pared le costó \$12 000.

- El costo del reloj más las agendas fue de \$16 800. ¿Cuál es el precio de una agenda?
- El costo del reloj más las calculadoras fue de \$25 512. ¿Cuál es el precio de una calculadora?
- ¿Cuánto dinero gastó en total?

b. **Analiza** la secuencia.



Paso 1 Paso 2 Paso 3 Paso 4

- ¿Qué patrón identificas?
- ¿Cómo lo expresas en forma algebraica?
- ¿Qué tabla permite ordenar la información de la secuencia?
- ¿Cuántos cuadraditos pintados habrá en la figura del paso 5?

Páginas 86 y 87.

## Para finalizar Unidad 2

- ¿Cuál fue el contenido más importante para ti?
- ¿Por qué fue importante?

- ¿Qué faltó para que hubieras aprendido mejor los contenidos?
- ¿Cómo afectó esto a tu aprendizaje?

Unidad 3

# El arte

Trabajarás **geometría y medición:**

## ¿Qué sabes?

Desarrolla en tu cuaderno

Evaluación diagnóstica

**Resuelve** y **explica** tus respuestas.

**1.** Usa regla y transportador para responder.

**a.** ¿Qué lados son paralelos?

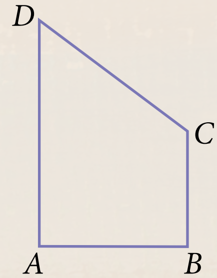
**b.** ¿Qué lados son perpendiculares?

**c.** ¿En qué punto coinciden los lados $\overline{BC}$ y $\overline{CD}$?

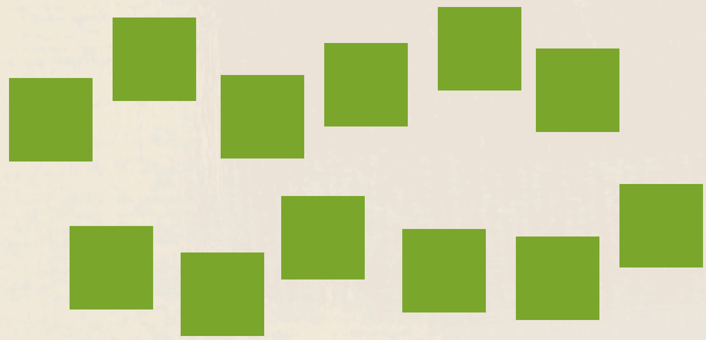
**d.** ¿Cuánto miden sus lados?

**e.** ¿Cuál es su perímetro?

**f.** ¿Cuál es su área?




**2.** Mide el lado de los siguientes cuadrados:



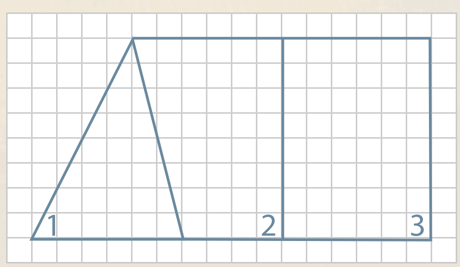
**a.** ¿Cuántos cuadrados hay?

**b.** ¿Cuántos rectángulos diferentes puedes armar con todos los cuadrados ordenados uno junto al otro?

**c.** ¿Cuál es el perímetro de cada rectángulo que armaste?, ¿son distintos?, ¿por qué?

**d.** ¿Cuál es el área de cada rectángulo?, ¿son distintas?, ¿por qué?

**3.** Analiza la figura. El lado de cada ☐ mide 1 cm.




**a.** ¿Cuál es el área del rectángulo 3?

**b.** ¿Cuál es el área de la figura completa?

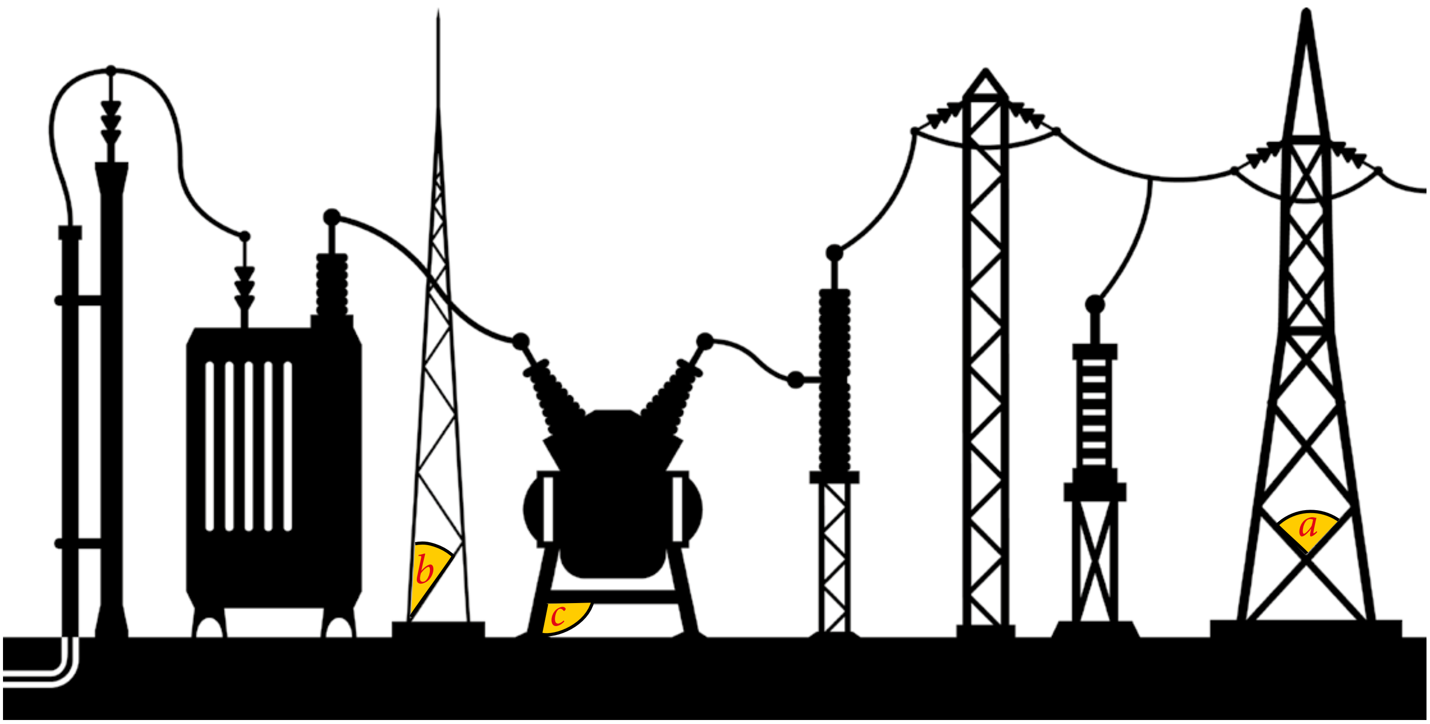
**Reflexiona**

- ¿Qué crees que intenta expresar la imagen?
- ¿Cómo una imagen puede facilitar la comunicación entre las personas?, ¿y la transmisión de información técnica?
- ¿Expresas parte de tus ideas usando imágenes?, ¿por qué?

Lección 7
# Construcciones geométricas

## Actívate

El siguiente dibujo representa una subestación eléctrica:




**Responde**

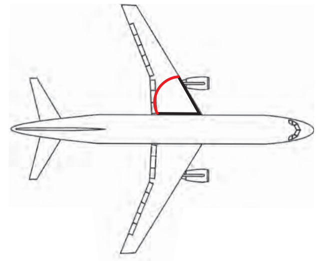
1. ¿Qué medidas estimas para los ángulos $a$, $b$ y $c$? Usa como referencia los ángulos de 45° y 90°.
2. ¿Cuánto miden los ángulos $a$, $b$ y $c$? Utiliza un transportador.
3. ¿Coincidieron tus estimaciones y tus mediciones?
4. ¿Cuántos triángulos puedes identificar en el dibujo?

**Reflexiona**

- ¿Has visto una instalación como la representada?, ¿dónde?
- ¿Qué característica te llama la atención del dibujo?, ¿podrías hacer uno similar?

Puedes iniciar con ⟶ https://bit.ly/2Xq9MB5

# Estimación y medición de ángulos



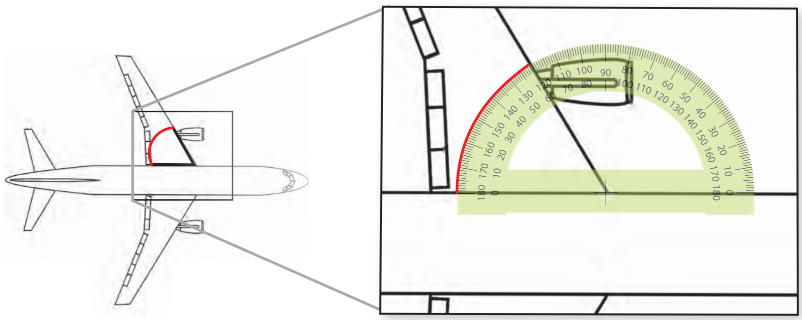
Claudio es dibujante técnico. Él bosquejó la vista superior de un nuevo diseño de avión, como se muestra en la imagen.

## Ejemplo 1

**problema**

¿Cuánto mide el ángulo destacado?

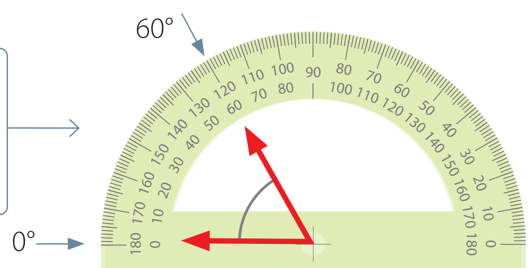
1. Ubica un transportador sobre el ángulo.
   El centro del transportador debe coincidir con el vértice del ángulo, de manera que la medida de 0° del instrumento esté sobre un lado del ángulo.



*¿El ángulo mide menos o más de 90°?*

2. Identifica la medida.
   Anota las medidas que indican los lados del ángulo.

**Justifica** que la diferencia de estos valores determina la medida del ángulo.




*¿A cuántos ángulos de 30° equivale el ángulo medido?*

3. Responde.
   El ángulo mide 60°.

- Busca una figura geométrica en tu entorno y mide sus ángulos interiores. ¿Cómo se llama la figura que encontraste?, ¿cuánto miden sus ángulos interiores?
- Dibuja líneas rectas en una hoja blanca, de manera que se intersequen unas con otras. Identifica y mide tres ángulos en tu dibujo. ¿Qué medidas obtuviste?

El **transportador** es un instrumento que permite medir ángulos en grados sexagesimales (°). Si su centro se hace coincidir con el vértice del ángulo y la medida de 0° con uno de los lados del ángulo, el otro lado señalará la medida del ángulo.

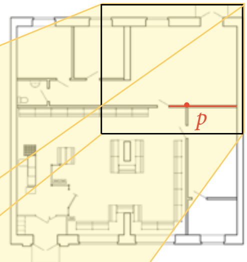
## Ejemplo 2

problema

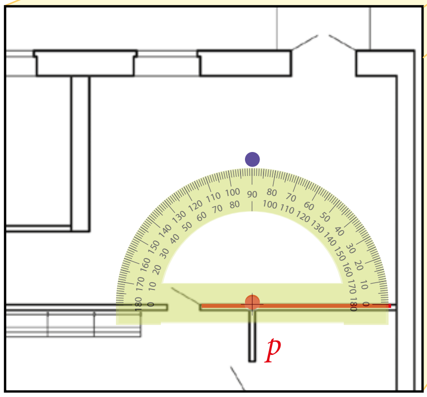
Claudio está dibujando el plano de una casa.

A continuación, trazará una línea perpendicular en $P$ al segmento destacado.

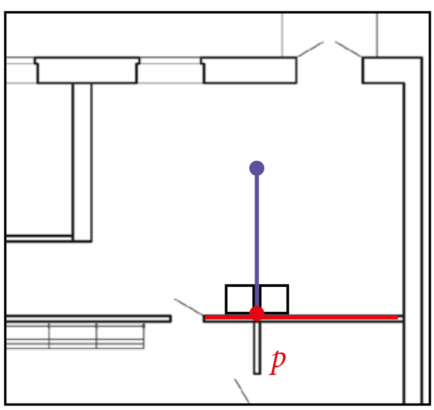
¿Cómo queda el dibujo de la perpendicular?




1. Ubica el transportador con su centro en $P$.
   Haz coincidir la base del transportador con la línea roja y marca la medida de 90°.




2. Une $P$ con la marca de los 90° y responde.
   Retira el transportador y traza una línea de la longitud que desees. El dibujo queda como se observa a continuación:




*¿Cuánto miden los ángulos formados por los segmentos rojo y azul?*

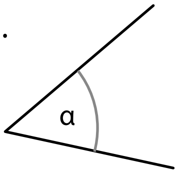
- ¿Cómo usarías el compás para resolver el problema? **Explica**.
- ¿Cómo dibujarías con un transportador un trazo que forme un ángulo de 30° con el segmento destacado?, ¿y uno de 45°?

El **transportador** también te permite realizar **construcción de ángulos** de una medida específica.

## Ejemplo 3

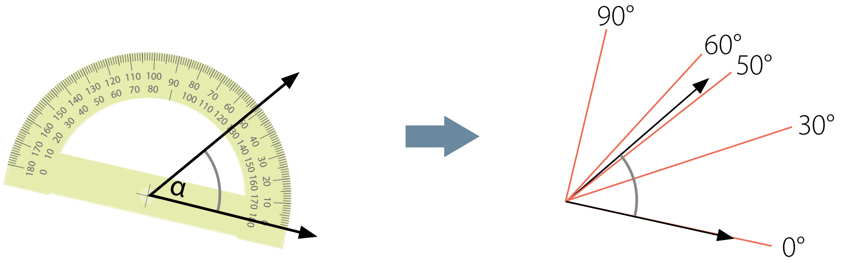
problema

Mónica está iniciando una representación a escala de un equipo industrial. El ángulo dibujado mide α.




¿Cuál es el valor de α?

1. Ubica un transportador sobre el ángulo.
   Dibuja ángulos de 30°, 50°, 60° y 90°.




2. Responde.
   El valor de α es mayor que 50° y menor que 60°.

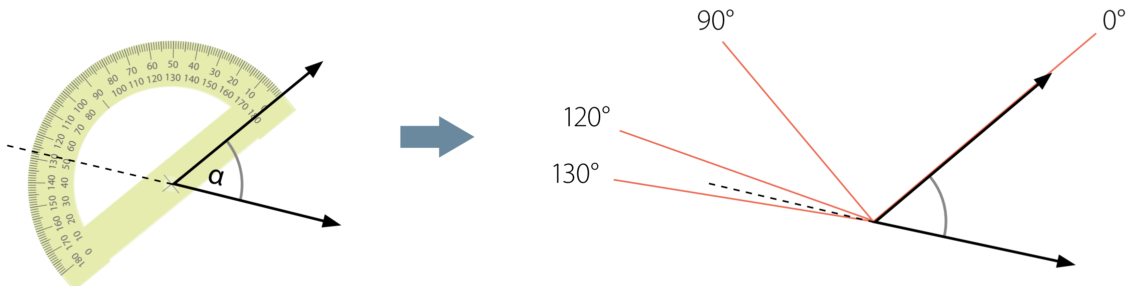
- ¿El valor de α es mayor o menor que 55°?, ¿cómo lo sabes?

## Ejemplo 4

problema

De acuerdo con el Ejemplo 3, ¿qué valor estimas para (180° – α)?

1. Dibuja el ángulo y ubica el transportador.
   Dibuja ángulos de 90°, 120° y 130°.




2. Responde.
   El valor de (180° – α) es mayor que 120° y menor que 130°.

- ¿Cómo estimarías el valor de (90° – α)? **Explica** tu estrategia.

**Reflexiona**

¿Fuiste metódico al dibujar ángulos?, ¿cómo lo sabes?

- Dos ángulos son **complementarios** si suman 90°.
- Dos ángulos son **suplementarios** si suman 180°.
- Si no puedes determinar la medida exacta de un ángulo con el transportador, puedes **estimarla**, comparándola con ángulos de 60°, 90°, 180° y con otros valores de fácil lectura.

## Practica en tu cuaderno

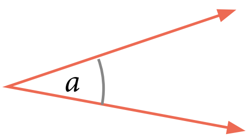
1. Define.

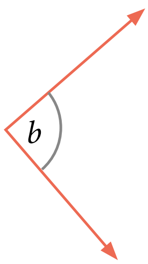
   a. Ángulo.  b. Grado sexagesimal.  c. Transportador.

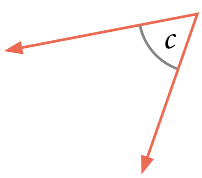
2. Responde.

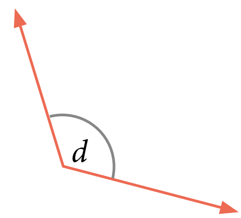
   a. ¿Cuántas veces debes replicar 1° para obtener 23°?
   b. ¿Cuántas veces debes replicar 30° para obtener 90°?
   c. ¿Cuántas veces se replicó 45° en un ángulo de 90°?
   d. ¿Cuántas veces se replicó 30° en un ángulo de 120°?

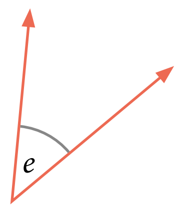
3. **Mide** los ángulos con un transportador.

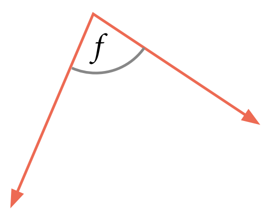
   a.



   b.


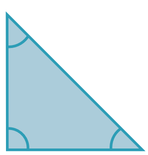

   c.


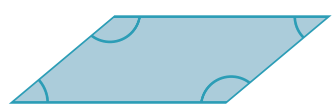

   d.



   e.



   f.



4. **Mide** los ángulos interiores de las figuras.

   a.


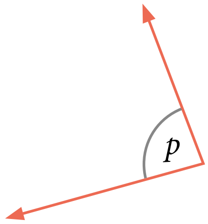
   b.


5. **Construye** con regla y transportador.

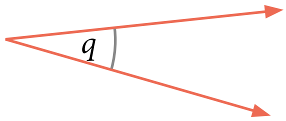
   a. Un segmento perpendicular a otro.
   b. Dos segmentos que formen ángulos de 30° y 150°.

**6.** **Estima** las medidas de los ángulos.

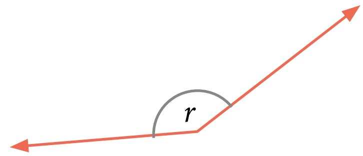
**a.**



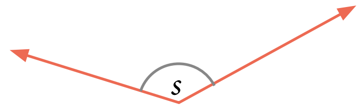

**b.**




**c.**

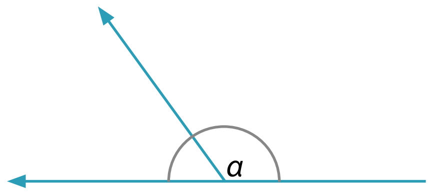



**d.**



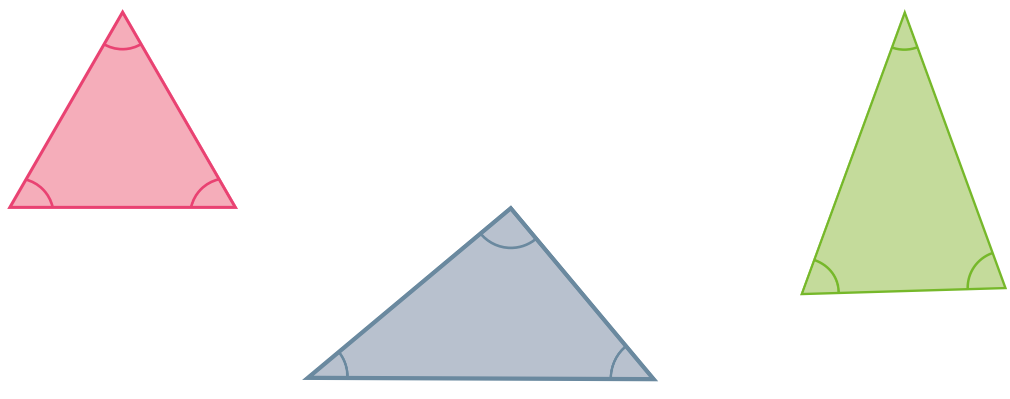

**7.** **Resuelve** los **problemas**.

**a.** Dos integrantes. Ambos analizan la siguiente figura:




- **Etapa 1** (individual): Mide el valor de α o el de (180° – α).
- **Etapa 2** (grupal): Comprueben si sus mediciones están correctas. Para esto, súmenlas y verifiquen que los ángulos analizados son suplementarios.

**b.** Tres integrantes. Cada uno selecciona uno de los triángulos.



- **Etapa 1** (individual): Mide los ángulos interiores de tu triángulo.
- **Etapa 2** (individual): Suma las medidas que obtuviste.
- **Etapa 3** (grupal): Comparen las sumas obtenidas y redacten una conclusión respecto de la suma de los ángulos interiores de un triángulo.

Páginas 88 a 91.

# Construcción de ángulos

Gabriela viajó a distintas partes del mundo y tomó muchas fotos. Una de ellas se muestra en la imagen.

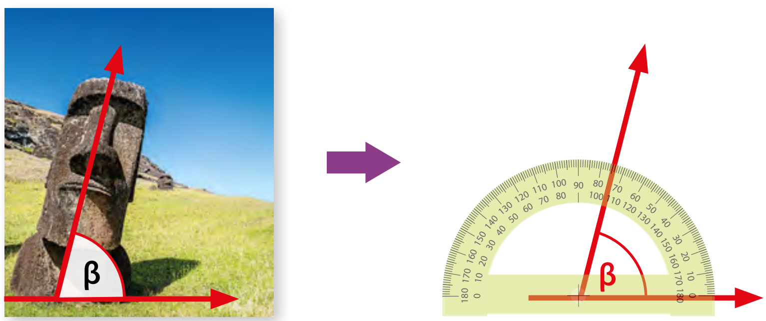
Moáis de Isla de Pascua.

## Ejemplo 1

problema

**¿Cómo se clasifica el ángulo que forma el moái con la horizontal?**

1. Representa con segmentos y ubica el transportador.
Dibuja segmentos para representar, de forma aproximada, la horizontal y la inclinación del moái. El ángulo que forman estos segmentos es β.




2. Estima la medida.
El valor de β es mayor que 70° y menor que 80°.

3. Responde.
Como el ángulo mide más de 0° y menos de 90°, es un ángulo agudo.

- ¿Cómo clasificarías al ángulo que mide (180 – β)?, ¿y al que mide (90 – β)?

Los **ángulos** que miden entre 0° y 180° pueden **clasificarse** en:

- **nulo:** mide 0°.
- **agudos:** miden más de 0° y menos de 90°.
- **recto:** mide 90°.
- **obtusos:** miden más de 90° y menos de 180°.
- **extendido:** mide 180°.

## Ejemplo 2

problema

**Gabriela tomó una foto de la Luna llena.**

**Ella quiere dividir su imagen en 6 partes iguales con ángulos agudos de la misma medida.**

**¿Cómo podrá hacerlo?**

1. Determina la medida del ángulo agudo.
La medida debe dividir 6 veces el círculo en forma exacta.

$$360° : 6 = 60°$$

*¿Cuánto mide un ángulo completo?*

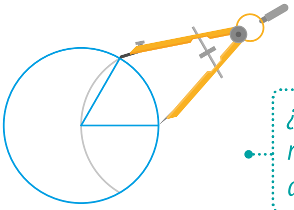
2. Dibuja el ángulo agudo.
Ubica el transportador sobre el centro y dibuja ángulos de 0°, 60°, 120°, 180°, 240° y 300°.

3. Responde.
Gabriela puede hacerlo dibujando ángulos de 60°.

## Ejemplo 3

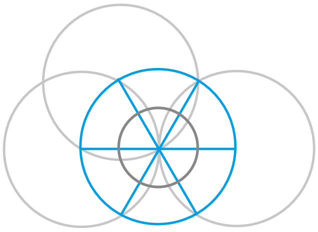
**Gabriela no tiene transportador, pero sí un compás. ¿Cómo podrá hacer la división?**

1. Marca el centro, dibuja un radio y ubica el compás.
Marca la medida del radio en el borde del círculo.



*¿Qué nombre recibe el borde de un círculo?*

2. Repite la acción.
Divide en 6 partes iguales el borde del círculo. Dibuja los ángulos.



**Comprueba** que cada ángulo mide 60°.

3. Responde.
Marcando la medida del radio en el borde del círculo y uniendo las marcas con su centro.

- ¿Por qué los ángulos obtenidos en el Ejemplo 3 miden 60°? **Explica**.

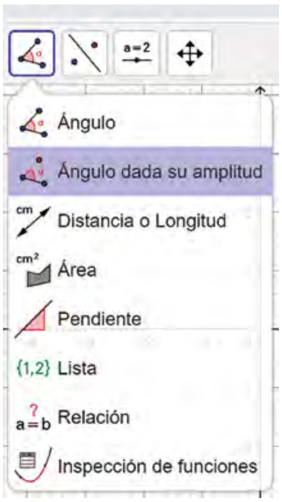
## Ejemplo 4

problema

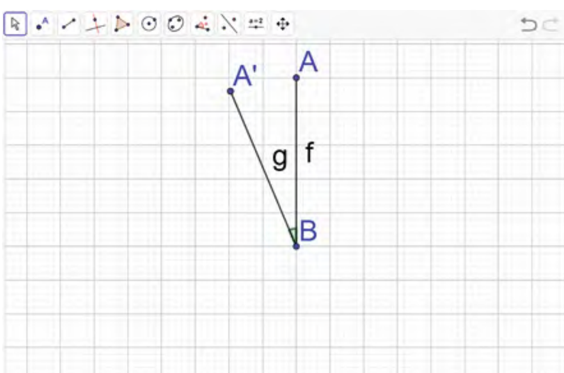
**¿Cómo se construyen ángulos adyacentes de 23°, 90° y 144° con un *software* geométrico?**

1. Accede a un *software* geométrico.
Por ejemplo, ingresa a GeoGebra, en *https://bit.ly/3dmAG25*.

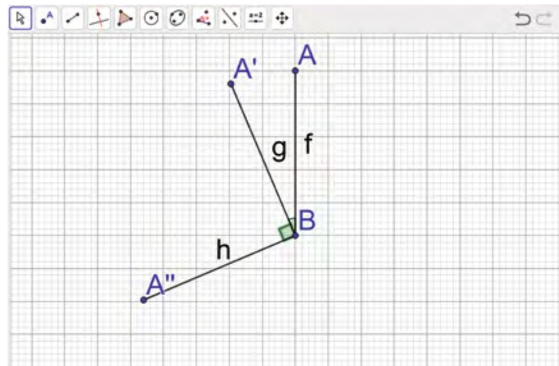
2. Activa el comando «Ángulo dada su amplitud».




3. Selecciona un punto lateral y el vértice; luego, la medida.
Escribe 23° en la ventana. Después, une los puntos con segmentos.



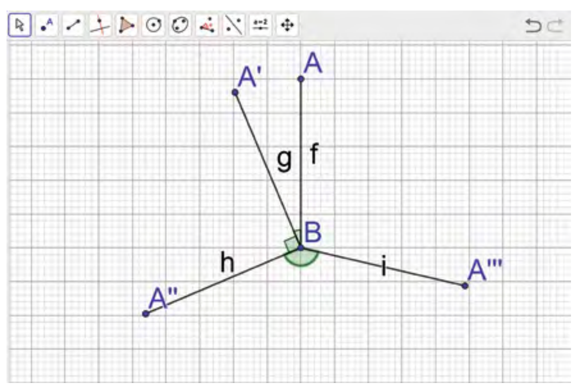

4. Repite la acción para el ángulo de 90°.
Selecciona el punto lateral A', el vértice B y la medida 90°.




5. Dibuja el ángulo de 144° y responde.
Los ángulos adyacentes son:

∢ ABA' ⟶ 23°  ∢ A'BA" ⟶ 90°

∢ A"BA"' ⟶ 144°




- ¿Cuánto mide el ángulo ∢ A"'BA?, ¿cómo se clasifica?
- ¿Cómo puedes medir un ángulo con el comando «Ángulo»? **Explica**.

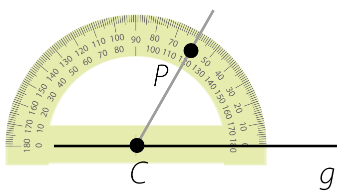
Para **construir ángulos** de distintas medidas , puedes utilizar un transportador, un compás o un *software* geométrico.

## Ejemplo 5

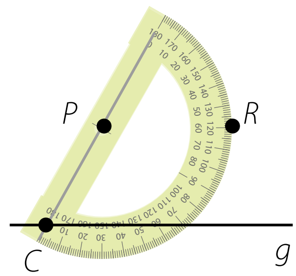
problema

**¿Cómo puedes usar el transportador para dibujar una línea que pase por un punto *P* y sea paralela a un segmento *g*?**

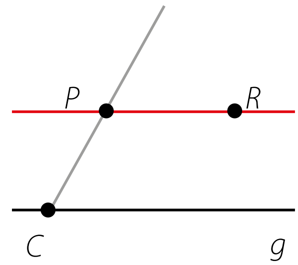
1. Traza una línea que una el punto *P* con un punto *C* cualquiera del segmento *g*. Mide el ángulo que forma $\overline{CP}$ y el segmento *g*.




2. Centra el transportador en *P*, alinéalo con la prolongación del segmento $\overline{CP}$ y marca, en la medida del ángulo que obtuviste en el paso anterior, un punto *R*.




3. Une los puntos *P* y *R* para dibujar la línea paralela al segmento *g*.

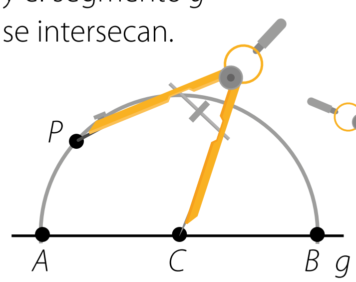



## Ejemplo 6

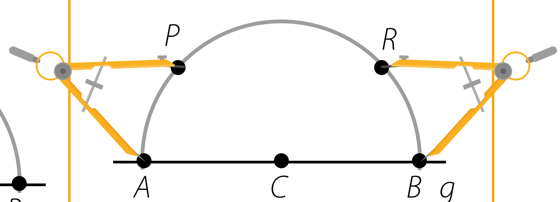
problema

**¿Cómo puedes usar el compás para dibujar una línea que pase por un punto *P* y sea paralela a un segmento *g*?**

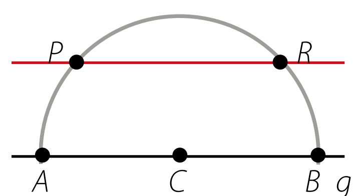
1. Traza un arco de circunferencia que pase por *P* y cuyo centro sea un punto *C* cualquiera del segmento *g*. Llama *A* y *B* a los puntos en que el arco de circunferencia y el segmento *g* se intersecan.




2. Abre el compás de manera que abarque la distancia entre *A* y *P* y usa esta separación para determinar el punto *R*.




3. Une los puntos *P* y *R* para dibujar la línea paralela al segmento *g*.




Puedes **construir líneas paralelas y perpendiculares** a un segmento dado utilizando un transportador, un compás o un *software* geométrico.

**Reflexiona**

¿Facilita la comunicación el expresar tus ideas con respeto?, ¿por qué?

## Practica en tu cuaderno

1. Define.

   a. Ángulo obtuso. b. Ángulo extendido. c. Ángulo agudo.

2. Dibuja un ángulo:

   a. agudo. b. obtuso. c. recto.

3. **Construye** con transportador un ángulo de:

   a. 15° d. 70° g. 140°
   b. 25° e. 90° h. 170°
   c. 40° f. 105° i. 220°

4. **Construye** con compás un ángulo de:

   a. 30° c. 120° e. 180°
   b. 90° d. 150° f. 240°

5. **Explica** cómo puedes construir un ángulo de:

   a. 30° b. 90° c. 150°

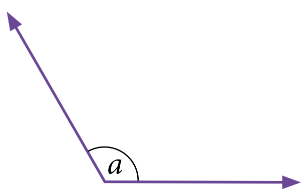
6. **Construye** los ángulos con un *software* geométrico. Puedes trabajar en *https://bit.ly/3dmAG25*.

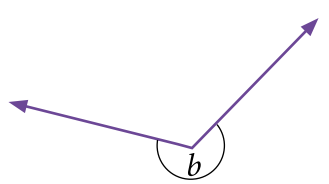
   a. 17° d. 62° g. 125°
   b. 32° e. 88° h. 165°
   c. 45° f. 115° i. 275°

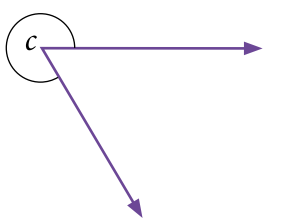
7. **Construye** los polígonos regulares con un *software* geométrico y mide sus ángulos interiores. Puedes trabajar en *https://bit.ly/3dmAG25*.

   a. Triángulo. d. Hexágono.
   b. Cuadrado. e. Octógono.
   c. Pentágono. f. Decágono.

8. **Mide** los ángulos. Indica a cuántos ángulos de 15°, 20° y 30° equivale cada uno.

   a.



   b.



   c.


**9.** **Construye** con un *software* geométrico ángulos adyacentes de 65°, 37° y 196°. Puedes trabajar en *https://bit.ly/3dmAG25* y usar el comando «Ángulo dada su amplitud».

**a.** ¿Cuánto suman los dos primeros ángulos?

**b.** ¿Cuánto suman los tres ángulos?

**c.** ¿Cuánto mide el ángulo que, dibujado adyacente a los anteriores, permite formar un ángulo completo?

**10.** **Construye** una línea perpendicular en el punto central de un segmento que mida:

**a.** 6 cm **b.** 10 cm **c.** 9 cm

**11.** **Construye** una línea paralela a un segmento dado usando:

**a.** transportador. **b.** compás. **c.** *software* geométrico.

**12.** Tres integrantes. Cada uno dibuja una circunferencia y elige una de las tres construcciones:

**Construcción 1**
Divídela en 5 partes iguales con ángulos agudos de la misma medida.

**Construcción 2**
Divídela en 3 partes iguales con ángulos obtusos de la misma medida.

**Construcción 3**
Divídela en 4 partes: 2 iguales entre sí, con ángulos agudos, y otras dos iguales entre sí, con ángulos obtusos.

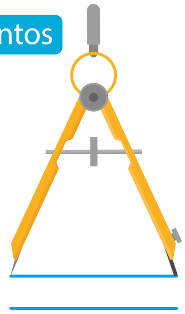
- **Etapa 1** (individual): Realiza la **construcción** que elegiste usando regla y transportador.
- **Etapa 2** (individual): **Explica** cómo hiciste tu construcción.
- **Etapa 3** (grupal): Respondan.
  - ¿Cuáles son las medidas de los ángulos en la construcción 1? ¿Es única la respuesta a esta pregunta?, ¿por qué?
  - ¿Cuáles son las medidas de los ángulos en la construcción 2? ¿Es única la respuesta a esta pregunta?, ¿por qué?
  - ¿Cuáles son las medidas de los ángulos en la construcción 3? ¿Es única la respuesta a esta pregunta?, ¿por qué?
  - ¿Qué conclusión pueden plantear tras este trabajo? Redáctenla y comuníquenla a sus compañeros.

Páginas 92 a 95.

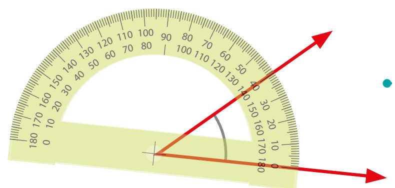
# Construcción de triángulos

El profesor de Diseño Gráfico planteó el desafío de dibujar un triángulo con los siguientes elementos geométricos:

Dos segmentos



Un ángulo



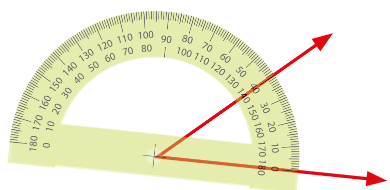
¿Cuánto mide el ángulo?

## Ejemplo 1

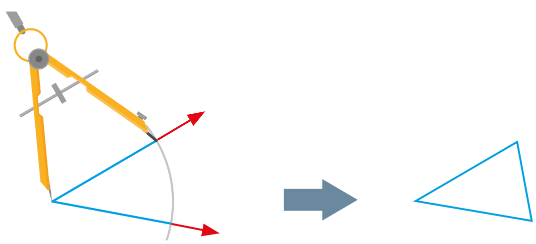
**problema**

**¿Qué triángulo puedes construir tú?**

1. Dibuja el ángulo.
   Usa el transportador para medir el ángulo y trasladar esta medida.



2. Dibuja los segmentos y responde.
   Dibuja la medida de los segmentos sobre los lados del ángulo; luego, une sus extremos.
   El triángulo que se obtiene es el siguiente:



¿Cuánto miden sus ángulos interiores?

- ¿Cómo puedes construir un triángulo diferente con los mismos tres elementos?, ¿cuáles son las medidas de sus ángulos interiores? **Explica**.
- ¿Qué diferencias y similitudes puedes establecer entre los dos triángulos?

Puedes **construir un triángulo** usando un **transportador** para medir sus ángulos y un **compás** para medir sus lados.

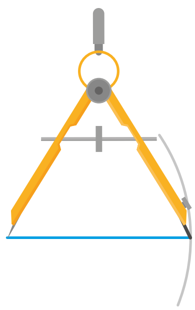
## Ejemplo 2

problema

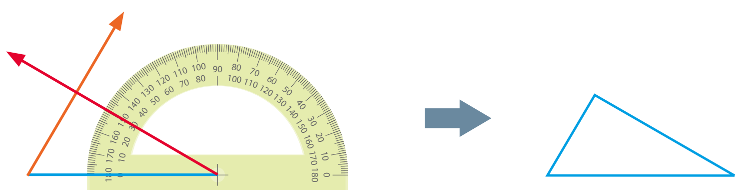
Un segundo desafío consistió en dibujar un triángulo a partir de los siguientes elementos:


¿Qué triángulo puedes construir?

1. Dibuja el segmento.



2. Dibuja los ángulos y responde.
Traza uno en cada extremo del segmento y prolonga sus lados hasta que coincidan.
El triángulo que se obtiene es el siguiente:



**Determina** la medida de sus lados.

- ¿Qué lado del triángulo tiene mayor longitud: el opuesto al ángulo menor o el opuesto al ángulo mayor? **Establece** una conclusión y comunícala.
- ¿Cuántos triángulos más puedes construir con los mismos tres elementos? **Constrúyelos** y compáralos entre sí.

Los **triángulos** pueden **clasificarse** según las medidas de sus lados y de sus ángulos interiores.

| Según sus **lados**: | | | Según sus **ángulos interiores**: | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Todos iguales | → | Equilátero | Todos agudos | → | Acutángulo |
| Dos iguales | → | Isósceles | Uno recto | → | Rectángulo |
| Todos diferentes | → | Escaleno | Uno obtuso | → | Obtusángulo |

- ¿Cómo clasificarías los triángulos construidos en los Ejemplos 1 y 2?, ¿por qué?

## Ejemplo 3

problema

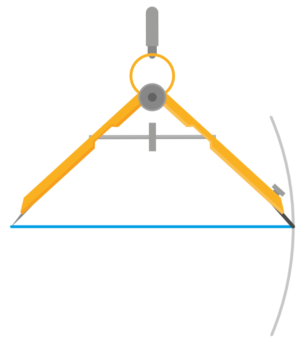
Alfonso se propuso construir un triángulo con los segmentos que se muestran a continuación:

Segmento 1 Segmento 2 Segmento 3

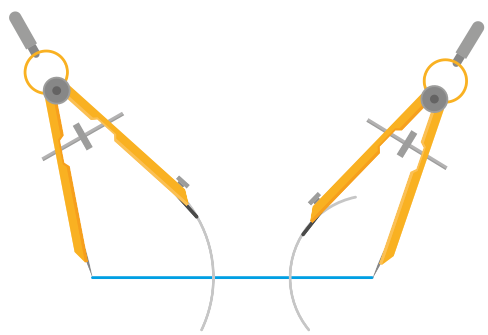
¿Cómo puedes construirlo tú?

**Mide** los segmentos con una regla.

1. Dibuja el segmento 1.



2. Dibuja los segmentos 2 y 3.
En cada extremo del segmento 1, marca las medidas de los segmentos 2 y 3.




3. Interpreta y responde.
No es posible cerrar la figura con las medidas de los segmentos 2 y 3. Por lo tanto, no se puede construir un triángulo con los segmentos 1, 2 y 3.

- ¿Por qué no es posible construir el triángulo? **Analiza** las medidas de los segmentos y **elabora** una regla general acerca de la construcción de triángulos.
- Si se conserva la longitud de los segmentos 1 y 2, ¿qué medida debe tener, como mínimo, el segmento 3 para que pueda construirse el triángulo?

Para poder **construir un triángulo** con tres segmentos de medidas $a$, $b$ y $c$, debe cumplirse que:

$$a + b > c$$
$$a + c > b$$
$$b + c > a$$

**Reflexiona**

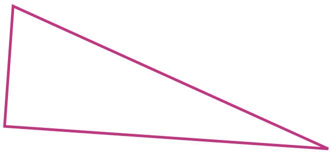
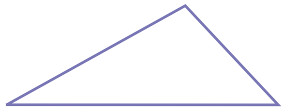
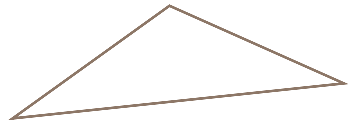
¿Fuiste creativo al construir triángulos?, ¿de qué manera?

## Practica en tu cuaderno

1. Define.

   a. Compás. b. Triángulo equilátero. c. Triángulo obtusángulo.

2. **Clasifica** los triángulos según las medidas de sus lados y de sus ángulos interiores.

   a.
   
   b.
   
   c.
   

3. **Analiza** las medidas de cada trío de segmentos e indica si es posible construir un triángulo con ellos. **Justifica.** [Profundización]

   a. 1 cm, 1 cm y 2 cm
   b. 3 cm, 4 cm y 5 cm
   c. 2 cm, 2 cm y 2 cm
   d. 10 cm, 12 cm y 20 cm
   e. 18 cm, 10 cm y 6 cm
   f. 90 cm, 30 cm y 60 cm

4. Tres integrantes. Cada uno construye uno de los siguientes triángulos:

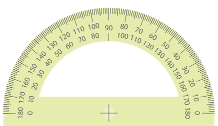
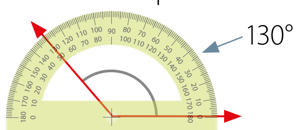
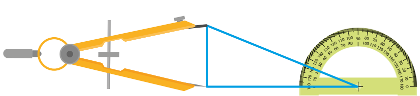
   - Triángulo 1: tiene sus tres lados iguales. Trabaja con un *software* geométrico. Por ejemplo, visita *https://bit.ly/3dmAG25*.
   - Triángulo 2: tiene sus tres lados desiguales. Usa compás y regla.
   - Triángulo 3: tiene dos ángulos iguales y uno diferente. Utiliza transportador y regla.

   > **Etapa 1** (individual): Responde a partir de tu construcción.
   - ¿Cuánto miden sus lados?
   - ¿Cuánto miden sus ángulos interiores?

   > **Etapa 2** (grupal): Respondan para cada triángulo:
   - ¿Cómo se clasifica según la medida de sus lados?
   - ¿Cómo se clasifica según la medida de sus ángulos?

Páginas **96** a **99**.

## Sintetiza

| Estimación y medición de ángulos | Construcción de ángulos | Construcción de triángulos |
|---|---|---|
| El **transportador** te permite **medir y estimar ángulos**.  | El **transportador** te permite **construir ángulos** de medidas específicas.   | Usando **compás y transportador**, puedes **construir triángulos** de medidas específicas.  |

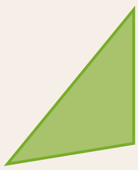
## ¿Cómo vas?

Desarrolla en tu cuaderno

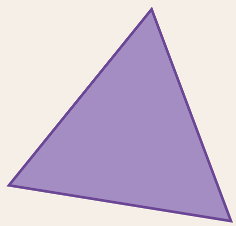
1. **Explica** cómo:
   a. mides un ángulo con transportador.
   b. construyes un ángulo de una medida específica.
   c. construyes un segmento de una medida específica.
   d. construyes un triángulo dados sus tres lados.
   e. construyes un triángulo dados dos de sus ángulos y un lado.

2. **Clasifica** los triángulos según las medidas de sus lados y de sus ángulos interiores.

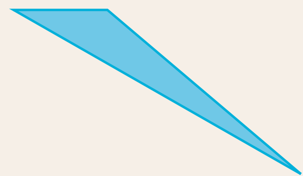
a.



b.

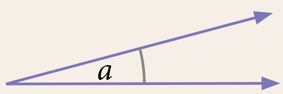


c.

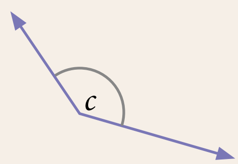


3. **Mide** los ángulos.

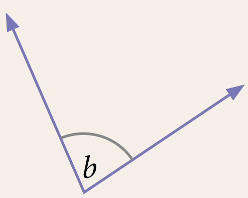
a.



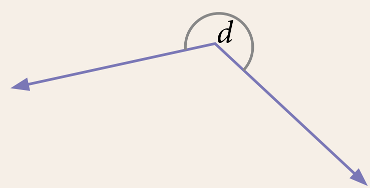

c.




b.

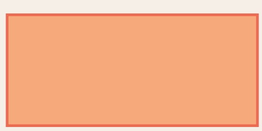



d.

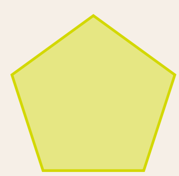



4. **Mide** los ángulos interiores de las figuras.

a.



b.



5. **Construye** con un transportador y un compás.
   a. Un ángulo de 20°.
   b. Un ángulo de 90°.
   c. Un ángulo de 130°.
   d. Un triángulo con segmentos de 4 cm, 5 cm y 6 cm.
   e. Un triángulo con un segmento de 4,5 cm y ángulos, en sus extremos, de 45° cada uno.
   f. Un triángulo con los tres ángulos iguales.

6. **Construye** con un *software* geométrico. Puedes trabajar en https://bit.ly/3dmAG25.

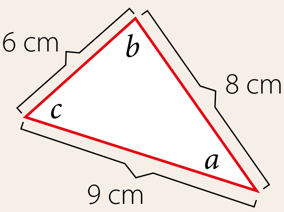
   a. Un ángulo de 23°.
   b. Un ángulo de 75°.
   c. Un triángulo cuyos lados midan lo mismo.
   d. Un triángulo cuyos ángulos midan 45°, 45° y 90°.

7. **Mide** cada par de segmentos. **Determina** la medida mínima que debe tener un tercer segmento para poder construir un triángulo. [PROFUNDIZACIÓN]

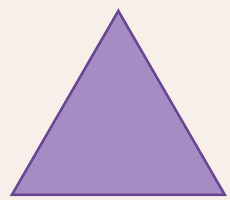
   a.

   b.

8. **Resuelve** los **problemas**.




   a. Analiza el triángulo de la figura.
      - ¿Cuál de los ángulos interiores es mayor?, ¿por qué?
      - ¿Cuál de los ángulos interiores es menor?, ¿por qué?



   b. Observa el triángulo de la figura.
      - ¿Cuál es la medida de sus ángulos interiores?
      - ¿Cómo puedes formar un hexágono regular con 6 triángulos similares?
      - ¿Cuál es la medida de los ángulos interiores del hexágono así formado? Dedúcelo a partir de las medidas de los ángulos del triángulo. [PROFUNDIZACIÓN]

Páginas **100** y **101**.

## Retroalimentación

- ¿Lograste medir ángulos?
  - Sí → ¿Te gustó más hacerlo de forma manual o con *software* geométrico?, ¿por qué?
  - No → Refuerza en las páginas 103 a 107 de tu libro y puedes visitar https://bit.ly/3a6fmez.

- ¿Tuviste dificultades para construir ángulos y triángulos?
  - Sí → Refuerza en las páginas 108 a 117 de tu libro y puedes visitar https://bit.ly/34wmSOu y https://bit.ly/3ekHr4P.
  - No → ¿Podrías aplicar lo aprendido para construir un cuadrado?, ¿cómo lo harías?

Lección 8

# Ángulos

## Actívate

La vista superior de una ciudad muestra calles paralelas, perpendiculares y oblicuas:


En la imagen se marcaron tres ángulos de medidas $a$, $b$ y $c$.

**Responde**

1. ¿Cuál de los ángulos es agudo?, ¿cuál recto?, ¿cuál obtuso?
2. ¿Qué ángulo es mayor, el que mide $a$, $b$ o $c$?
3. ¿Qué valor estimas para $a + b$?, ¿por qué? Responde sin medir.
4. ¿Cuál es el valor de $a + b$? Mide con un transportador.

**Reflexiona**

- ¿En tu entorno ves más ángulos agudos, rectos u obtusos?
- ¿Por qué crees que en las ciudades predominan los ángulos de 90°?

Puedes iniciar con ⟶ https://bit.ly/2V8iNge

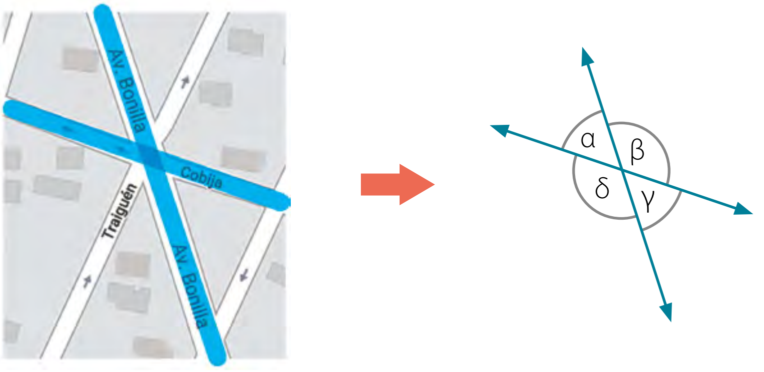
# Ángulos en rectas que se intersecan

Andrea está conociendo algunas ciudades de Chile en Google Maps. Ella hizo un pantallazo de un sector de la ciudad de Antofagasta.


## Ejemplo 1 problema

**¿Qué ángulos identificas en la intersección de Av. Bonilla y Cobija?**

1. Representa las calles.
   Destácalas dibujando líneas rectas sobre ellas.



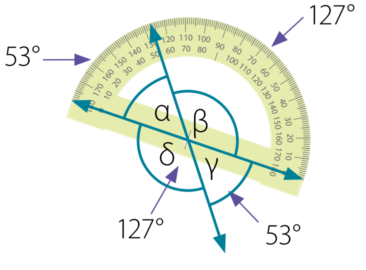

Comenta a tus compañeros que estas letras griegas se leen: «alfa», «beta», «gamma» y «delta».

2. Responde.
   Es posible identificar cuatro ángulos cuyas medidas se representan por α, β, γ y δ.

## Ejemplo 2 problema

**¿Cuáles son los valores de α, β, γ y δ?**

1. Mide los ángulos.




2. Responde.
   Los valores son los siguientes:
   α = 53°
   β = 127°
   γ = 53°
   δ = 127°°

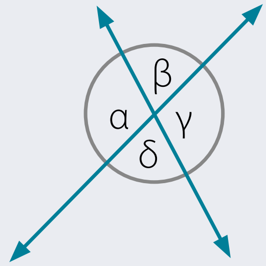
*¿En cuántos grados debería aumentar α para que los segmentos fueran perpendiculares?*

- ¿Cuánto suman α, β, γ y δ?
- ¿Cómo son entre sí los valores de α y γ?, ¿y los de β y δ?
- ¿Cuánto es α + β?, ¿y γ + δ?
- ¿Cuánto suman dos ángulos complementarios?, ¿y dos suplementarios?

**Dos rectas que se intersecan en un punto determinan 4 ángulos.**

Los que miden:

- $\alpha$ y $\gamma$ son opuestos por el vértice $\longrightarrow$ $\alpha = \gamma$.
- $\beta$ y $\delta$ son opuestos por el vértice $\longrightarrow$ $\beta = \delta$.
- $\alpha$ y $\beta$ son adyacentes $\longrightarrow$ $\alpha + \beta = 180°$.
- $\alpha$ y $\delta$ son adyacentes $\longrightarrow$ $\alpha + \delta = 180°$.
- $\gamma$ y $\beta$ son adyacentes $\longrightarrow$ $\gamma + \beta = 180°$.
- $\gamma$ y $\delta$ son adyacentes $\longrightarrow$ $\gamma + \delta = 180°$.



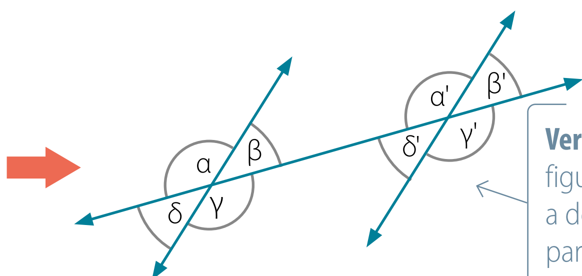

## Ejemplo 3

problema

**Andrea también hizo un pantallazo de un sector de la ciudad de Temuco.**

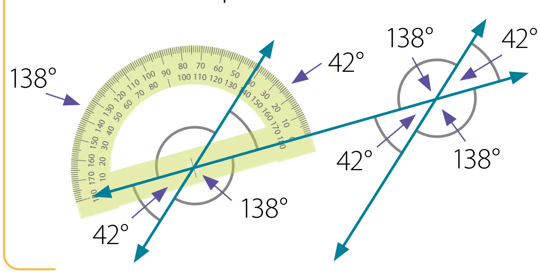
**¿Qué equivalencias puedes establecer entre los ángulos definidos por las calles Aranzadi, Monte Udalaitz y Pío Baroja?**


1. Representa las calles.
Destaca las calles con líneas rectas y prolonga Aranzadi. Observa que hay un par de calles que son paralelas.


**Verifica** que esta figura corresponde a dos segmentos paralelos cortados por uno transversal.

2. Mide los ángulos.
Utiliza un transportador.




3. En la figura se verifican las siguientes igualdades:

$\alpha = \alpha' = \gamma = \gamma'$

$\beta = \beta' = \delta = \delta'$

*¿Cómo se relacionan entre sí los ángulos cuyas medidas son α' y γ'?*

- ¿Qué ángulos son suplementarios entre sí? **Analiza** la figura y propón 4 adiciones cuya suma sea 180°.

**Dos rectas paralelas cortadas por una transversal determinan 8 ángulos.**

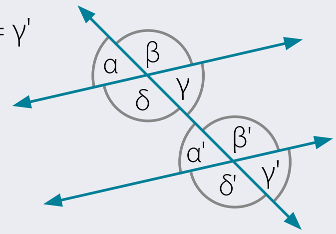
Además de los opuestos por el vértice y de los adyacentes, los que miden:

- $\alpha$ y $\alpha'$, $\beta$ y $\beta'$, $\delta$ y $\delta'$, y $\gamma$ y $\gamma'$ son **correspondientes**:

  $\alpha = \alpha'$ $\beta = \beta'$ $\delta = \delta'$ $\gamma = \gamma'$
- $\delta$ y $\beta'$, y $\gamma$ y $\alpha'$ son **alternos internos**:

  $\delta = \beta'$ $\gamma = \alpha'$
- $\alpha$ y $\gamma'$, y $\beta$ y $\delta'$ son **alternos externos**:

  $\alpha = \gamma'$ $\beta = \delta'$

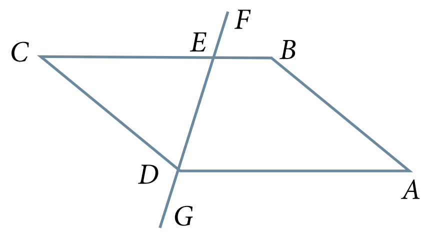



## Ejemplo 4

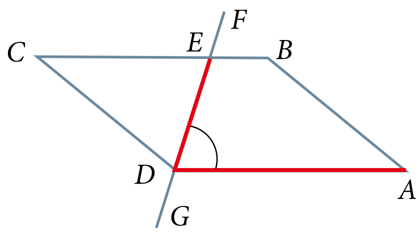
**problema**

La figura $ABCD$ es un paralelogramo. $\overline{FG}$ es una transversal que pasa por el vértice $D$.

¿Qué ángulos miden lo mismo que $\sphericalangle ADE$?

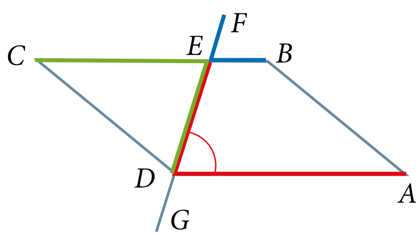



1. Identifica el ángulo $\sphericalangle ADE$.




**Explica** por qué el orden de las letras para nombrar este ángulo es $ADE$.

2. Reconoce relaciones con otros ángulos.
   $\sphericalangle ADE$ y $\sphericalangle CED$ son alternos internos.
   $\sphericalangle ADE$ y $\sphericalangle BEF$ son correspondientes.




3. Responde.
   Los ángulos $\sphericalangle CED$ y $\sphericalangle BEF$ miden lo mismo que $\sphericalangle ADE$.

- ¿Qué relación tienen los ángulos $\sphericalangle CED$ y $\sphericalangle BEF$?, ¿cómo son sus medidas entre sí?
- ¿Cuál es la suma de las medidas de $\sphericalangle BEF$ y $\sphericalangle FEC$?

**Reflexiona**

¿Te esfuerzas siempre por aprender más?, ¿por qué?

## Practica en tu cuaderno

1. Define.

   a. Intersección.  b. Rectas paralelas.  c. Rectas perpendiculares.

2. Describe cómo se relacionan las medidas de dos ángulos:

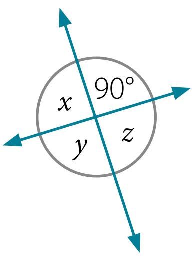
   a. complementarios.  b. suplementarios.  c. opuestos por el vértice.

3. Dos rectas paralelas son cortadas por una transversal. Describe cómo se relacionan las medidas de dos ángulos:

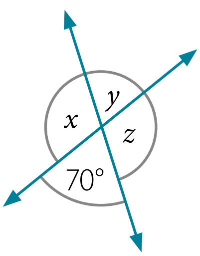
   a. alternos externos.  b. correspondientes.  c. adyacentes.

4. **Determina** los valores de $x$, $y$ y $z$.

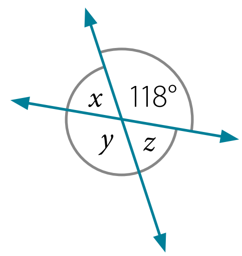
a.



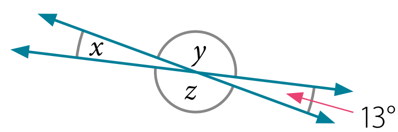

b.




c.

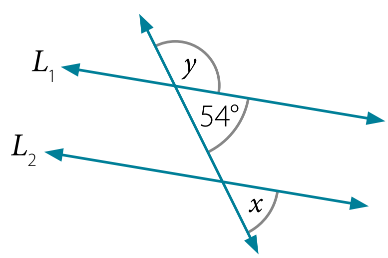



d.




5. **Determina** el valor de las expresiones de acuerdo con la figura.

$L_1$ es paralela a $L_2$




a. $x + y$  c. $3x - y$  e. $180° - y$

b. $y - x$  d. $x - 54°$  f. $360° - (x + y)$

**6. Evalúa** las afirmaciones respecto de la figura. **Explica** si son verdaderas o falsas.

**a.** $\measuredangle ABC$ y $\measuredangle FEH$ son correspondientes.

**b.** $\measuredangle DBA$ y $\measuredangle FEH$ son alternos externos.

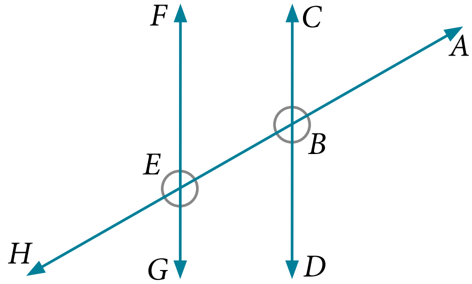
**c.** $\measuredangle BEF$ y $\measuredangle GEB$ son opuestos por el vértice.

**d.** $\measuredangle GEB$ y $\measuredangle HEG$ son suplementarios.

**e.** $\measuredangle EBD$ y $\measuredangle HEG$ son correspondientes.

**f.** $\measuredangle CBE$ y $\measuredangle ABC$ son adyacentes.

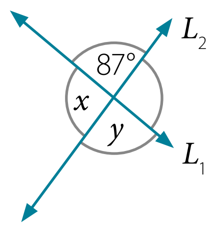
$\overleftrightarrow{FG}$ y $\overleftrightarrow{CD}$ son paralelos




**7. Resuelve** los **problemas**.

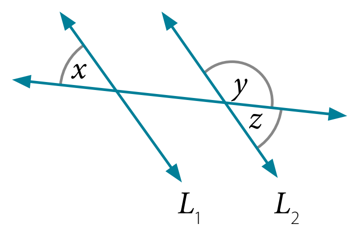
**a.** Las rectas $L_1$ y $L_2$ se intersecan en un punto.

- ¿Cuánto es $x + y$?
- ¿Cuál es el valor de $x$?



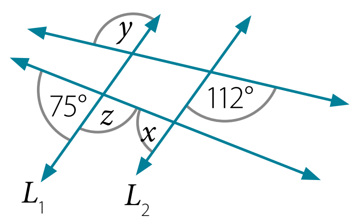

**b.** Las rectas $L_1$ y $L_2$ son paralelas. El ángulo $x$ mide 48°.

- ¿Cuál es el valor de $y$?
- ¿Cuál es el valor de $z$?



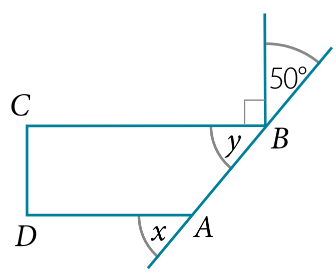

**c.** Las rectas $L_1$ y $L_2$ son paralelas. [Profundización]

- ¿Cuál es el valor de $x$?
- ¿Cuál es el valor de $y$?
- ¿Cuál es el valor de $z$?




**d.** Los segmentos $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$ son paralelos. [Profundización]

- ¿Cuál es el valor de $x$?
- ¿Cuál es el valor de $y$?




Páginas 102 a 105.

# Ángulos en triángulos y cuadriláteros

Renato está analizando las figuras 2D presentes en la pintura de la imagen.

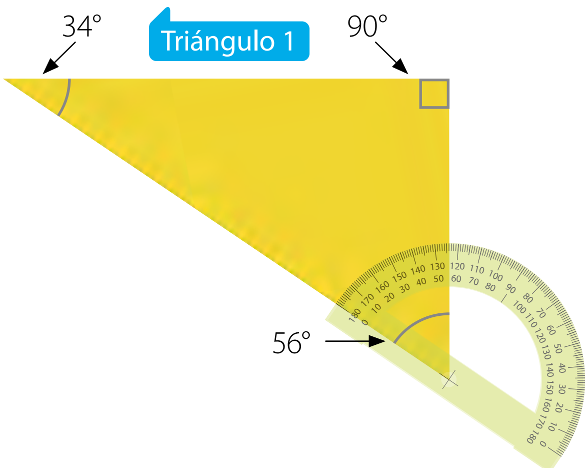
Pintura estilo neoplasticista

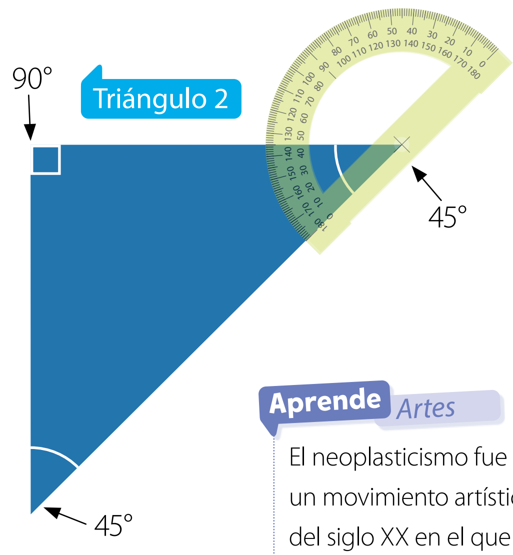

## Ejemplo 1

problema

**¿Qué puedes conjeturar acerca de la suma de los ángulos interiores de los triángulos 1 y 2?**

1. Mide los ángulos interiores.
   Aproxima las medidas a valores enteros.




2. Suma las medidas en cada triángulo.
   Triángulo 1: $56° + 34° + 90° = 180°$
   Triángulo 2: $45° + 45° + 90° = 180°$
3. Responde.
   En ambos triángulos la suma de las medidas de sus ángulos interiores es 180°.

**Aprende** *Artes*

El neoplasticismo fue un movimiento artístico del siglo XX en el que predominan las figuras geométricas.

- ¿Cuánto suman los ángulos agudos de los triángulos anteriores?, ¿es así siempre en los triángulos rectángulos?, ¿por qué?
- ¿Podrías dibujar un triángulo con ángulos interiores de 30°, 40° y 100°?, ¿por qué? Inténtalo y comunica tu resultado a tus compañeros.

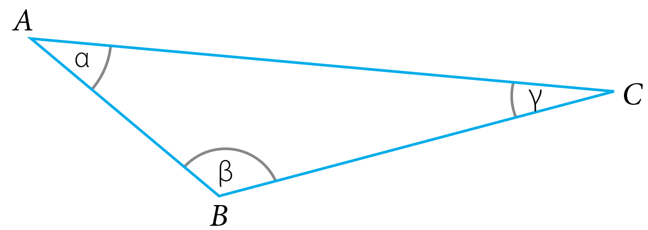
**La suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180°.**

## Ejemplo 2

problema

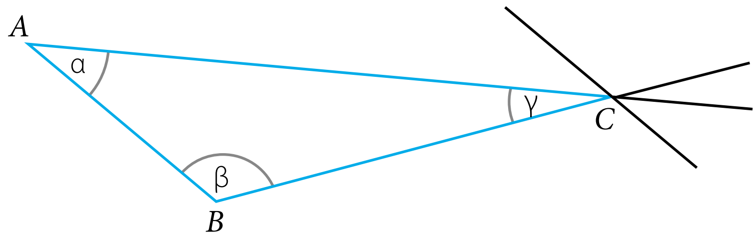
**Renato piensa que los resultados obtenidos con los triángulos de la pintura fueron una coincidencia. ¿Cómo puede demostrar la propiedad de manera general?**

1. Dibuja un triángulo cualquiera.

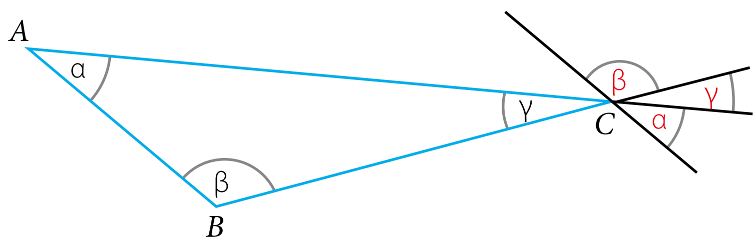



*¿Cuál debería ser el resultado de $\alpha + \beta + \gamma$?*

2. Dibuja un segmento paralelo al lado $\overline{AB}$ que pase por $C$.
Además, prolonga los lados $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$.




3. Relaciona los ángulos.
Los ángulos formados por la paralela y las prolongaciones miden α, β y γ.




**Justifica** por qué las medidas de estos ángulos son α, β y γ.

4. Relaciona los ángulos.
Como los ángulos formados por la paralela y las prolongaciones determinan un ángulo extendido, se verifica que $\alpha + \beta + \gamma = 180°$.

- ¿Puede un triángulo tener dos ángulos interiores de 90°?, ¿por qué? **Explica** e intenta realizar el dibujo.
- ¿Cómo puedes demostrar con material concreto que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180°? Emplea el recortable sugerido.

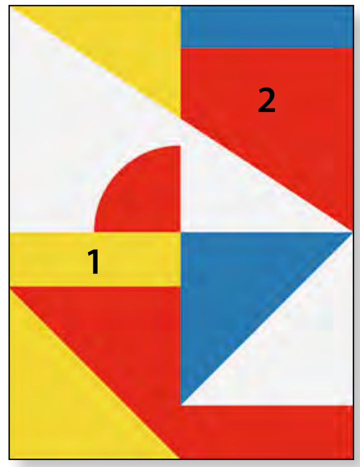
Página 195.

## Ejemplo 3

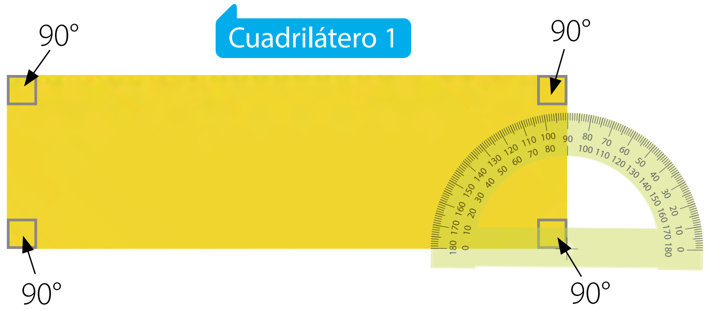
problema

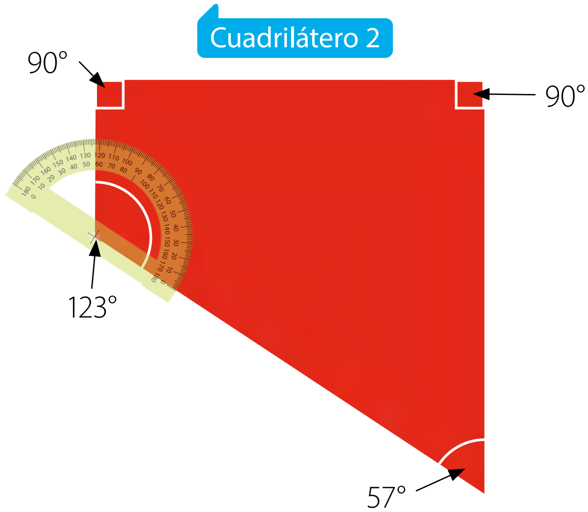
Siguiendo con su análisis, Renato fija su atención ahora en las figuras de cuatro lados de la pintura.

¿Qué puedes conjeturar acerca de la suma de los ángulos interiores de los cuadriláteros 1 y 2?




1. Mide los ángulos.




2. Suma las medidas en cada cuadrilátero.

Cuadrilátero 1: $90° + 90° + 90° + 90° = 360°$

Cuadrilátero 2: $90° + 123° + 57° + 90° = 360°$

3. Responde.
En ambos cuadriláteros la suma de la medida de sus ángulos interiores es 360°.

**Aprende** *Artes*

El neoplasticismo se inició en Holanda y su principal representante fue Piet Mondrian.

*¿Cómo se clasifican los cuadriláteros 1 y 2?*

- ¿Cuántos cuadriláteros identificas en la pintura además de los analizados?, ¿cuál es la suma de sus ángulos interiores?

**La suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es 360°.**

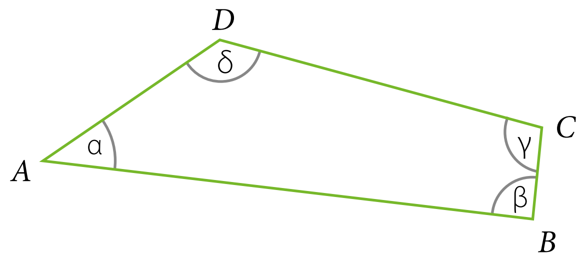
- ¿Cómo puedes **comprobar** la propiedad anterior utilizando un software geométrico? Ingresa a *https://bit.ly/3dmAG25*, dibuja diferentes cuadriláteros y usa el comando «Ángulo» para medir.

## Ejemplo 4

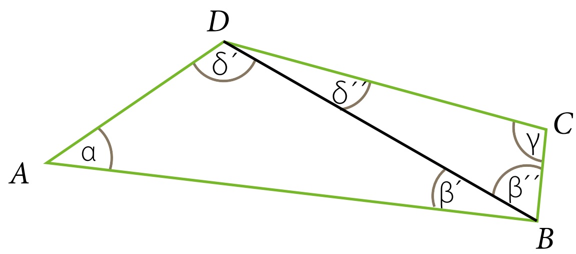
problema

**¿Cómo puedes demostrar la propiedad de los ángulos interiores de un cuadrilátero?**

1. Dibuja un cuadrilátero cualquiera.




2. Dibuja una diagonal.




**Describe** cómo dibujas las diagonales de un cuadrilátero.

En esta figura se cumple lo siguiente:

$$\beta = \beta' + \beta'' \qquad\qquad \delta = \delta' + \delta''$$

3. Aplica la propiedad de los ángulos interiores de un triángulo.
Recuerda que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180°. Esto, aplicado a los triángulos *ABD* y *CDB*, permite deducir que $\alpha + \beta' + \delta' = \gamma + \beta'' + \delta'' = 180°$.

4. Opera las igualdades.
Suma las igualdades deducidas en cada triángulo:

$$\begin{array}{rl} & \alpha + \beta' + \delta' = 180° \\ + & \underline{\gamma + \beta'' + \delta'' = 180°} \\ & \alpha + \gamma + \underbrace{\beta' + \beta''} + \underbrace{\delta' + \delta''} = 180° + 180° \\ & \alpha + \gamma + \quad \beta \quad + \quad \delta \quad = 360° \end{array}$$

**Reflexiona**

¿Cómo la creatividad te ayudó a comprender las demostraciones?

5. Interpreta y responde.
La suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero equivale a la de los ángulos interiores de dos triángulos. Por lo tanto, su valor es 180° + 180° = 360°.

- ¿Es posible realizar un desarrollo similar usando la otra diagonal del cuadrilátero ABCD? Dibújala y **demuestra** la propiedad.
- ¿Cómo puedes demostrar con material concreto que la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es 360°? Usa el recortable sugerido.

Página 197.

**Practica** en tu cuaderno

1. Define.
   a. Ángulo interior de un polígono.
   b. Triángulo.
   c. Cuadrilátero.
   d. Línea paralela.

2. *Artes* El tangrama es un juego que permite representar diferentes objetos y animales.

   a. Elige dos triángulos y **mide** sus ángulos interiores con un transportador. ¿Suman 180° en cada uno?
   b. **Mide** los ángulos interiores de los cuadriláteros. ¿Suman 360° en cada uno?

3. **Construye** 5 triángulos. **Mide** sus ángulos interiores y responde para cada uno.
   a. ¿Es acutángulo, rectángulo u obtusángulo?
   b. ¿Cuánto suman sus ángulos interiores?
   c. ¿La suma es 180°? Comenta con un compañero.

4. **Construye** 5 cuadriláteros. **Mide** sus ángulos interiores y responde para cada uno.
   a. ¿Cuántos ángulos agudos, rectos y obtusos tiene?
   b. ¿Cuánto suman sus ángulos interiores?
   c. ¿La suma es 360°? Comenta con un compañero.

5. ¿Es posible construir el triángulo o el cuadrilátero? **Justifica** tu respuesta.

| Triángulo (n°) | Medidas de sus ángulos interiores (°) |
|---|---|
| 1 | 10, 20 y 120 |
| 2 | 50, 50 y 80 |
| 3 | 45, 65 y 75 |
| 4 | 67, 63 y 50 |
| 5 | 31, 79 y 60 |

| Cuadrilátero (n°) | Medidas de sus ángulos interiores (°) |
|---|---|
| 1 | 90, 80, 70 y 90 |
| 2 | 120, 120, 50 y 50 |
| 3 | 150, 150, 30 y 30 |
| 4 | 75, 95, 115 y 105 |
| 5 | 45, 45, 90 y 180 |

**6. Resuelve** los **problemas**.

**a.** Observa las figuras. [PROFUNDIZACIÓN]

Figura 1

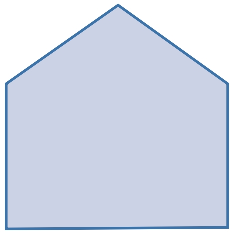
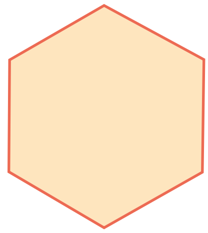
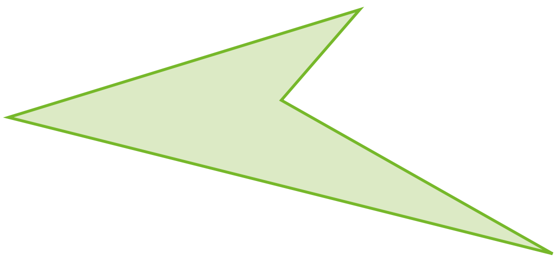


Figura 2



- ¿Cuántos lados tienen?
- ¿Cuántos ángulos interiores tienen?
- ¿Cómo puedes demostrar que la suma de los ángulos interiores de la figura 1 es 540°? Comunica tu respuesta a tus compañeros.
- ¿Cómo puedes demostrar que la suma de los ángulos interiores de la figura 2 es 720°? Comunica tu respuesta a tus compañeros.

**b.** Dos integrantes. Ambos observan la figura. [PROFUNDIZACIÓN]



› **Etapa 1** (grupal): Respondan.
- ¿Cuántos lados tiene la figura?
- ¿Cuántos ángulos interiores tiene?
- ¿Cómo la clasifican?
- ¿Cuánto creen que sumarán sus ángulos interiores?

› **Etapa 2** (individual): Dibújalo usando compás y transportador, o utiliza un *software* geométrico (en este último caso, puedes trabajar en *https://bit.ly/3dmAG25*).

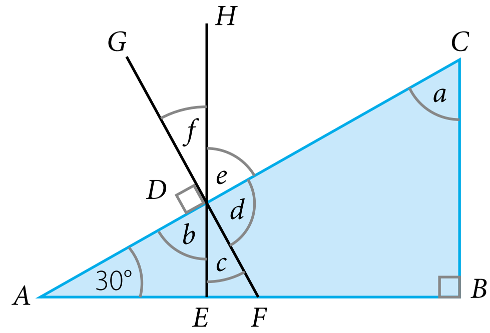
› **Etapa 3** (individual): Comprueba que la suma de sus ángulos interiores es 360°.

› **Etapa 4** (grupal): Respondan.
- ¿En qué se diferencia la figura analizada de las que trabajaron anteriormente?
- ¿Acertaron al predecir la suma de los ángulos interiores de la figura?, ¿por qué?
- ¿Qué conclusión pueden sacar del trabajo realizado?

Páginas 106 a 109.

# Cálculo de ángulos

La profesora de Física dibujó un plano inclinado y desafió a sus estudiantes a determinar el valor de algunos ángulos.




En la figura se cumple que:

- $\overline{EH} \parallel \overline{BC}$ (segmentos paralelos).
- $\overline{FG} \perp \overline{AC}$ (segmentos perpendiculares).
- $\overline{EH}$, $\overline{FG}$ y $\overline{AC}$ se intersecan en $D$.

## Ejemplo 1

**problema**

¿Cuál es el valor de $a$, $b$, $c$, $d$, $e$ y $f$?

*¿Cuánto suman $f$, $e$ y $d$?, ¿por qué?*

1. Como $\measuredangle CBA$ mide 90°, se debe cumplir que:

$$a + 30° = 90°$$
$$a = 90° - 30°$$
$$a = 60°$$

**Explica** este desarrollo a un compañero.

2. Determina $b$.

   Como $\measuredangle ACB$ y $\measuredangle ADE$ son correspondientes, $b = 60°$.

3. Determina $c$.

   Como $\measuredangle ADE$ y $\measuredangle EDF$ son complementarios, $c = 30°$.

*¿Cuánto suman dos ángulos complementarios?*

4. Determina $d$.

   Como $\measuredangle FDC$ y $\measuredangle GDA$ son opuestos por el vértice, $d = 90°$.

5. Determina $e$.

   Como $\measuredangle ACB$ y $\measuredangle CDH$ son alternos internos, $e = 60°$.

6. Determina $f$.

   Como $\measuredangle EDF$ y $\measuredangle HDG$ son opuestos por el vértice, $f = 30°$.

7. Responde.

   Los valores son:

   $a = b = e = 60°$ $\quad$ $c = f = 30°$ $\quad$ $d = 90°$

- ¿De qué otra manera determinarías los valores de $a$, $b$, $c$, $d$, $e$ y $f$? **Propón** una forma diferente a la desarrollada en el Ejemplo 1.
- ¿Cuál es la medida de $\measuredangle BFG$?, ¿cómo lo sabes?

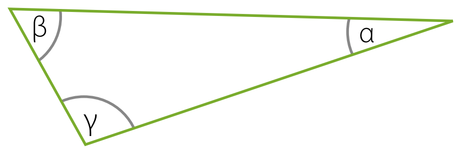
## Ejemplo 2

problema

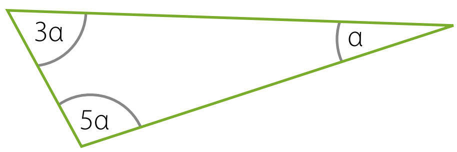
En el triángulo de la figura se cumple que:

$$\beta = 3\alpha$$
$$\gamma = 5\alpha$$

¿Cuánto miden sus ángulos interiores?




1. Representa los valores en el triángulo.




2. Expresa la adición de los ángulos interiores del triángulo y desarrolla.
Recuerda que la suma es 180°.

$$\alpha + 3\alpha + 5\alpha = 180°$$
$$\alpha + (\alpha + \alpha + \alpha) + (\alpha + \alpha + \alpha + \alpha + \alpha) = 180°$$
$$9\alpha = 180°$$

*¿De qué otra forma desarrollarías esta ecuación?*

3. Resuelve la ecuación.
¿Qué número multiplicado por 9 da 18? Como la respuesta es 2, se deduce que dado que $9 \cdot 2 = 18$, entonces, $9 \cdot 20 = 180$. Por lo tanto, $\alpha = 20°$.

4. Reemplaza el valor de α.
$\alpha = 20°$

$\beta = 3\alpha = 3 \cdot 20° = 60°$

$\gamma = 5\alpha = 5 \cdot 20° = 100°$

5. Responde.
Los ángulos interiores del triángulo miden 20°, 60° y 100°.

**Comprueba** que la respuesta sea correcta.

- ¿Es única la respuesta a la pregunta o puede haber otra?, ¿por qué?
- Si las medidas de los ángulos interiores de otro triángulo se representaran por $2x$, $6x$ y $10x$, ¿sus ángulos medirían lo mismo que en el Ejemplo 2? **Explica**.

Para determinar la **medida de un ángulo desconocido**, puedes resolver ecuaciones usando las relaciones de ángulos en:
- rectas paralelas cortadas por una transversal.
- triángulos.
- cuadriláteros.

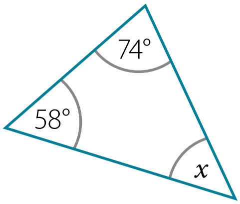
**Reflexiona**

¿Es importante ser ordenado al resolver ecuaciones?, ¿por qué?

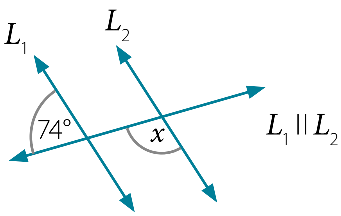
## Practica en tu cuaderno

**1.** **Determina** el valor de $x$.

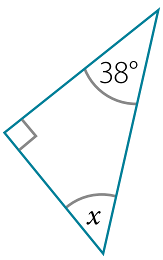
**a.**



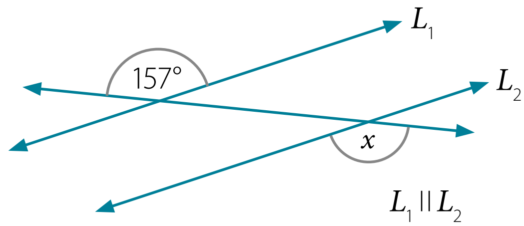

**b.**



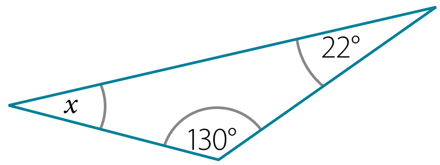

**c.**



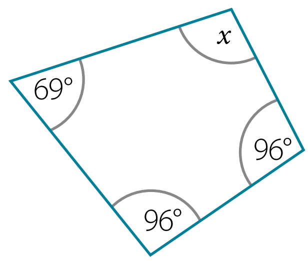

**d.**




**e.**




**f.**




**2.** Las expresiones representan las medidas de los ángulos interiores de un triángulo y de un cuadrilátero. **Determina** sus valores. [Profundización]

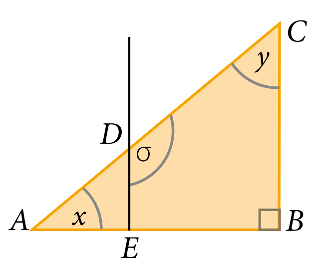
| Triángulo (n°) | Medidas de ángulos interiores (°) |
|---|---|
| 1 | $x$, $x$ y $x$ |
| 2 | $x$, $2x$ y $2x$ |
| 3 | $x$, $2x$ y $3x$ |
| 4 | $x$, $x$ y $2x$ |
| 5 | $x$, $x$ y $3x$ |

| Cuadrilátero (n°) | Medidas de ángulos interiores (°) |
|---|---|
| 1 | $x$, $x$, $x$ y $x$ |
| 2 | $x$, $x$, $2x$ y $2x$ |
| 3 | $x$, $2x$, $3x$ y $4x$ |
| 4 | $2x$, $2x$, $3x$ y $3x$ |
| 5 | $x$, $x$, $5x$ y $5x$ |

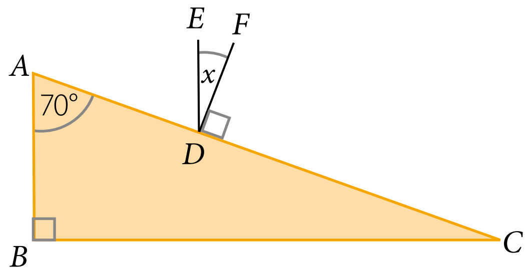
**3.** **Resuelve** los **problemas**.

**a.** En el plano inclinado de la figura, se cumple que $\overline{ED} \parallel \overline{BC}$ y que el valor de σ es 130°.

- ¿Cuál es el valor de $y$?
- ¿Cuál es el valor de $x$?



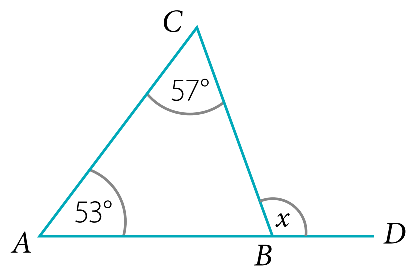
**b.** En el plano inclinado de la figura, se cumple que $\overline{BA} \parallel \overline{DE}$ y $\overline{DF} \perp \overline{AC}$.
¿Cuál es el valor de $x$?




**c.** Las medidas de los ángulos interiores de un cuadrilátero son α, β, γ y δ. Se cumple que α es el doble de β, β es el doble de γ y γ es el doble de δ. [Profundización]

- ¿Cuál es el valor de δ?
- ¿Cuál es el valor de α – δ?
- ¿Cuál es el valor de α – (β + δ + γ)?

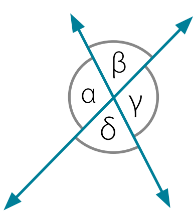
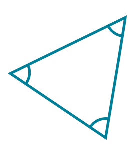
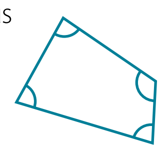
**d.** El ángulo $\sphericalangle DBC$ es exterior al triángulo $ABC$ en $B$.
[Profundización]




- ¿Cuál es el valor de $x$?
- ¿Qué regla podrías establecer para calcular un ángulo exterior de un triángulo?
- ¿Cuánto miden los otros dos ángulos exteriores?
- ¿Cuánto suman los tres ángulos exteriores de un triángulo?

Páginas 110 a 113.

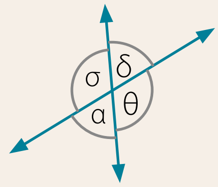
## Sintetiza

| Ángulos en rectas que se cortan | Ángulos en triángulos y cuadriláteros | Cálculo de ángulos |
|---|---|---|
| <br>Se cumple que:<br>α = γ β = δ<br>α + β = α + δ = β + γ = δ + γ = 180° | La **suma** de sus **ángulos interiores** es **180°**. <br><br>La **suma** de sus **ángulos interiores** es **360°**.  | Para **determinar la medida de ángulos** desconocidos, puedes aplicar las relaciones deducidas en rectas paralelas cortadas por una transversal, en triángulos y en cuadriláteros. |

# ¿Cómo vas?

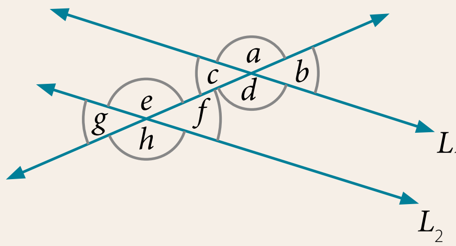
Desarrolla en tu cuaderno

1. Identifica en la figura dos pares de ángulos:
   a. opuestos por el vértice.
   b. adyacentes.



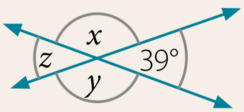

2. **Explica** cómo identificas en la figura dos ángulos:
   a. correspondientes.
   b. alternos externos.
   c. opuestos por el vértice.
   d. suplementarios.
   e. alternos internos.
   f. adyacentes.

$L_1$ y $L_2$ son paralelas

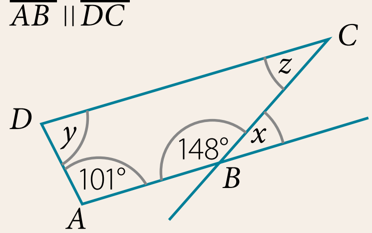



3. **Determina** el valor de $x$, $y$ y $z$.

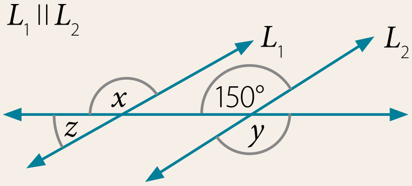
a.



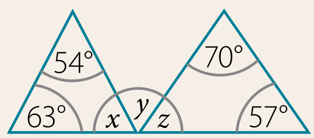

d. $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$



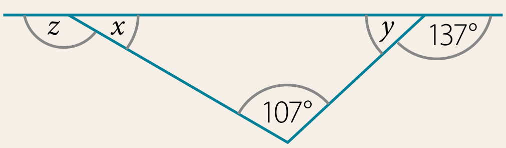

b. $L_1 \parallel L_2$



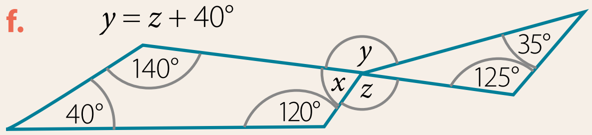

e.




c.



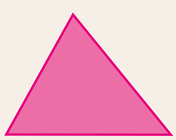

f. $y = z + 40°$



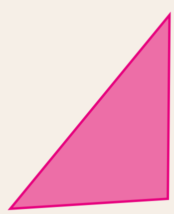

4. **Verifica** que la suma de los ángulos interiores es 180°. Utiliza un transportador.

a.

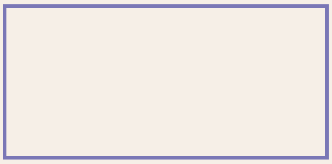
b.

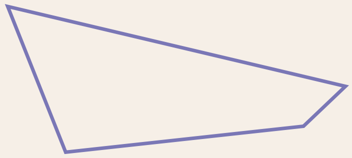


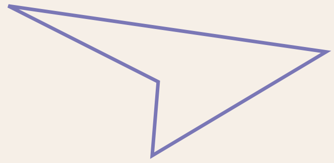
c.



5. **Verifica** que la suma de los ángulos interiores es 360°. Utiliza un transportador.

a. 

b. 

c. 

6. **Evalúa** si es posible o no realizar cada construcción.
   a. Un triángulo cuyos ángulos interiores miden 40°, 70° y 70°.
   b. Un cuadrilátero cuyos ángulos interiores miden 85°, 85°, 105° y 105°.
   c. Un triángulo cuyos ángulos interiores miden 37°, 67° y 73°.
   d. Un cuadrilátero cuyos ángulos interiores miden 90°, 90°, 80° y 100°.

7. Dos amigos trabajaron con un transportador y un compás.



**Evalúa** lo que afirma cada niño. ¿Pueden haber hecho su construcción? **Justifica** en cada caso. [PROFUNDIZACIÓN]

Páginas 114 y 115.

## Retroalimentación

- ¿Lograste relacionar ángulos en rectas paralelas, triángulos y cuadriláteros?
  - Sí → ¿Qué fórmula te permite calcular la suma de los ángulos interiores de un polígono de $n$ lados?
  - No → Refuerza en las páginas 121 a 131 de tu libro y puedes visitar *https://bit.ly/2KfQ9nl* y *https://bit.ly/2XLIFR2*.
- ¿Tuviste dificultades para calcular ángulos?
  - Sí → Refuerza en las páginas 132 a 135 de tu libro y puedes visitar *https://bit.ly/2XLfcXp* y *https://bit.ly/2XL1QdC*.
  - No → ¿Puedes medir una cantidad fraccionaria de grados sexagesimales?, ¿cómo?

Lección 9

# Teselaciones

## Actívate

La Alhambra es una fortaleza ubicada en Granada, España. Sus paredes e interiores están cuidadosamente decorados por mosaicos como el de la imagen.

**Responde**

1. ¿Cuántas figuras distintas hay en el mosaico?
2. ¿Cuáles son?
3. ¿Qué transformaciones isométricas observas en el diseño?

Puedes iniciar con ⟶ *https://bit.ly/2QDxHss*

**Reflexiona**

- ¿Es importante para ti conocer otras culturas?, ¿por qué?
- ¿Has visto mosaicos en tu ciudad?, ¿dónde?

# Teselaciones regulares

Emilia quiere cubrir el piso de su pieza con baldosas. Ella está evaluando 4 diseños.

Triángulo equilátero | Cuadrado | Pentágono regular | Hexágono regular

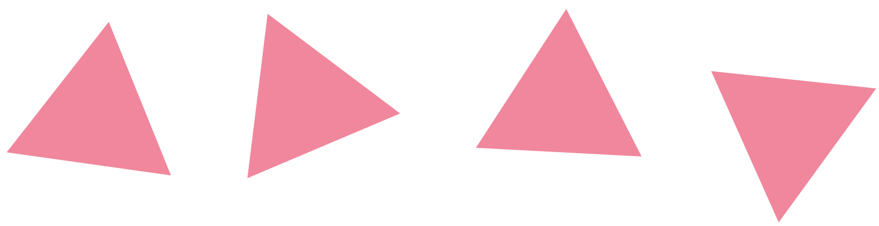
## Ejemplo 1

problema

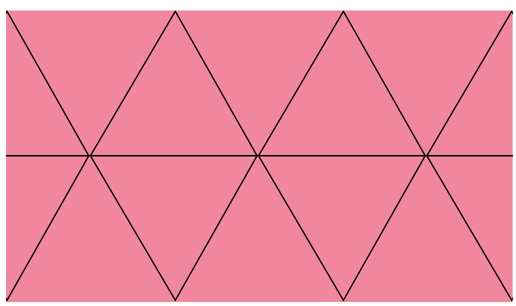
**¿Podría cubrir todo el piso con el diseño de triángulo equilátero?**

**Explica** qué es un triángulo equilátero.

1. Recorta triángulos equiláteros.



2. Intentar cubrir por completo una superficie con ellos.
No debes superponer figuras ni dejar espacios entre ellas.



3. Responde.
Sí podría cubrir todo el piso con los triángulos equiláteros.

- ¿Lograría cubrir completamente el piso de su pieza con cuadrados?, ¿y con hexágonos regulares? **Justifica** tus respuestas usando figuras de papel o cartón.
- ¿Dónde has visto diseños con triángulos equiláteros o cuadrados? Descríbelos.

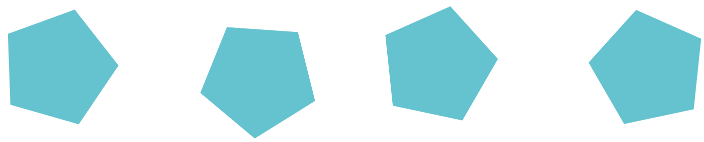
Una **teselación** es una distribución ordenada de figuras que cubre completamente una superficie, sin superponerlas ni dejar espacios entre ellas.

## Ejemplo 2

problema

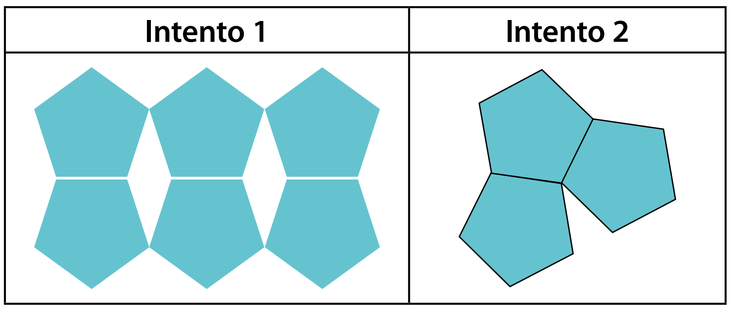
**¿Podría Emilia teselar su piso con pentágonos regulares?**

1. Recorta pentágonos regulares.



*¿Qué características tiene un pentágono regular?*

2. Intenta teselar una superficie con ellos.




*¿Qué harías en cada caso para cubrir toda la superficie?*

3. Responde.
No podría teselar todo el piso con pentágonos regulares.

- ¿Por qué no es posible teselar una superficie con pentágonos regulares? **Explica**.

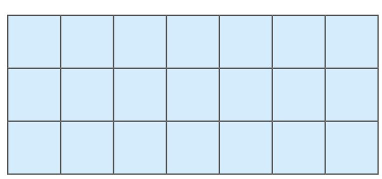
Una **teselación regular** se forma recubriendo una superficie con un polígono regular. Los polígonos que permiten formar teselados regulares son los triángulos equiláteros, los cuadrados y los hexágonos regulares.

## Ejemplo 3

problema

**¿Qué transformaciones isométricas pueden aplicarse a un cuadrado para teselar una superficie?**

1. Tesela una superficie con cuadrados iguales.



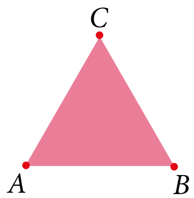
2. Identifica transformaciones isométricas en el teselado y responde.
Pueden aplicarse traslaciones, reflexiones y rotaciones.

## Ejemplo 4

problema

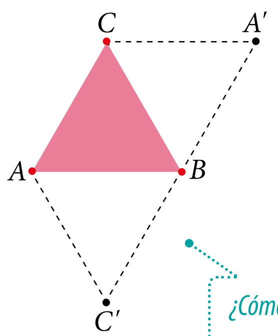
**¿Cómo puede construirse una teselación con triángulos equiláteros?**

1. Construye un triángulo equilátero.



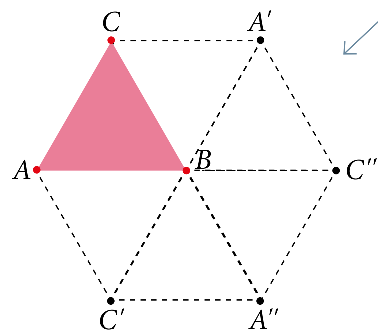

*¿Cuánto mide cada ángulo interior?*

2. Aplica reflexiones con regla y compás.
Refleja $C$ respecto del lado $\overline{AB}$ y $A$ respecto del lado $\overline{BC}$.



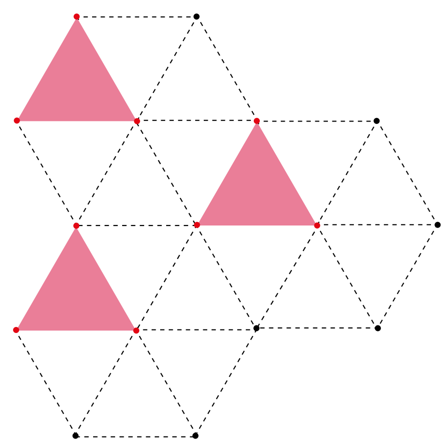

*¿Cómo te ayuda el compás en este paso?*

3. Aplica más reflexiones.
Refleja $C$ respecto del segmento $\overline{A'B}$ y $A$ respecto de $\overline{BC'}$.




**Comprueba** que la suma de los ángulos cuyos vértices coinciden en $B$ es 360°.

4. Aplica traslaciones y responde.
La teselación se construyó aplicando reflexiones y traslaciones.



- ¿Qué otra estrategia aplicarías para realizar esta teselación? **Propón** una secuencia de pasos diferente a la seguida en el Ejemplo 4.
- ¿Conoces un software geométrico en que puedas construir teselaciones?, ¿cuál?

Para **teselar** una superficie puedes aplicar **transformaciones isométricas** a una figura 2D, tales como traslaciones, reflexiones y rotaciones.

**Reflexiona**

¿Escuchas con respeto las opiniones de otros?, ¿por qué?

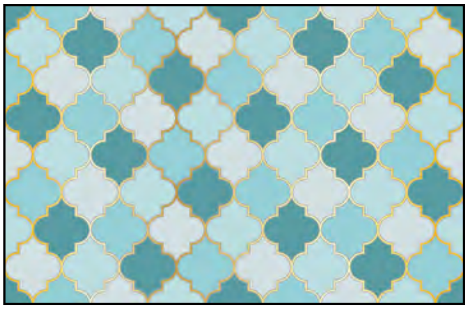
**Practica** en tu cuaderno

**1.** Define.

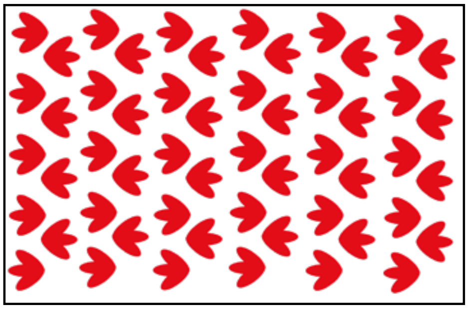
**a.** Teselación. **b.** Polígono regular. **c.** Transformación isométrica.

**2.** Indica si el diseño es un teselado regular o no, y **explica** por qué.

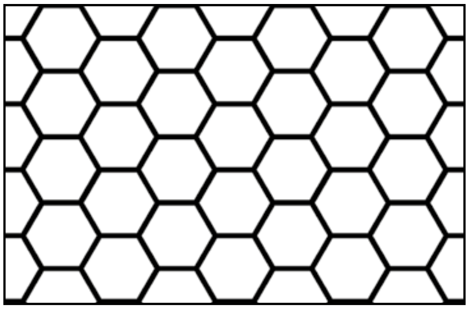
**a.**



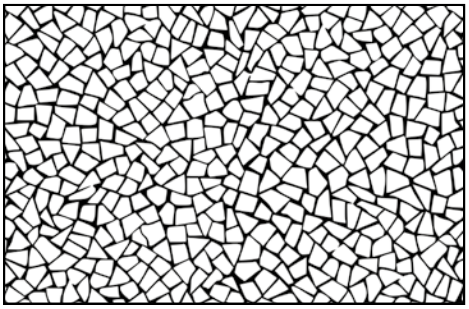
**b.**



**c.**

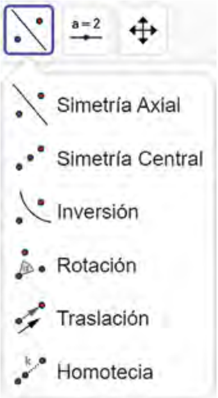


**d.**



**3.** Tres integrantes.

- **Etapa 1** (grupal): Accedan al *software* GeoGebra en *https://bit.ly/3dmAG25*. Cada integrante elige una figura regular: triángulo equilátero, cuadrado o hexágono.
- **Etapa 2** (individual): Usa los comandos del programa para **crear** una teselación con tu figura. Puedes ocupar los siguientes:

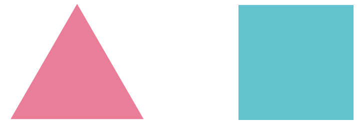




- **Etapa 3** (grupal): **Comparen** sus teselaciones, coméntenlas y muéstrenlas al resto del curso.

Páginas 116 a 119.

# Otras teselaciones

Roberto también va a embaldosar el piso de su pieza. Él quiere ocupar en su diseño las dos figuras que se muestran en la imagen.

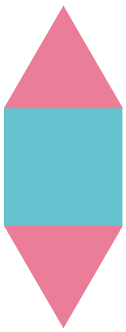



## Ejemplo 1

problema

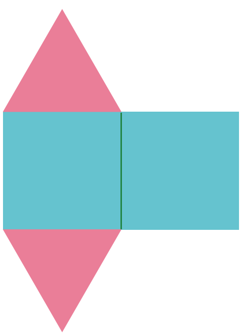
**¿Cómo puede combinar las figuras para construir una teselación?**

1. Une dos triángulos y un cuadrado.

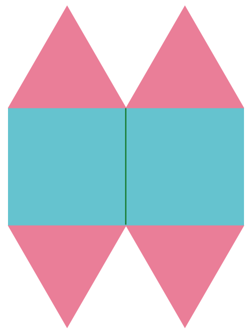


*¿Deben medir lo mismo el lado del cuadrado y el del triángulo?, ¿por qué?*

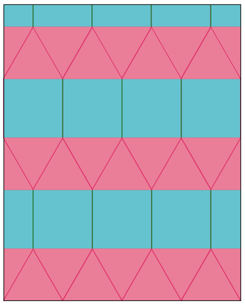
2. Traslada horizontalmente el cuadrado.



3. Traslada horizontalmente los triángulos.



4. Repite las transformaciones y responde. Trasladando las figuras en distintos sentidos, se obtiene el siguiente teselado:



*¿Cuánto mide cada ángulo interior de un cuadrado?*

- ¿Cuál es la suma de los cinco ángulos cuyos vértices coinciden en un punto común del teselado? ¿Se repite este valor para cualquier teselado?, ¿por qué?
- ¿Por qué esta teselación no es una teselación regular?

Una **teselación semirregular** se forma cubriendo una superficie con más de un polígono regular. Existen solo 8 teselados con estas características. En el Ejemplo 1, las figuras usadas fueron un triángulo equilátero y un cuadrado.

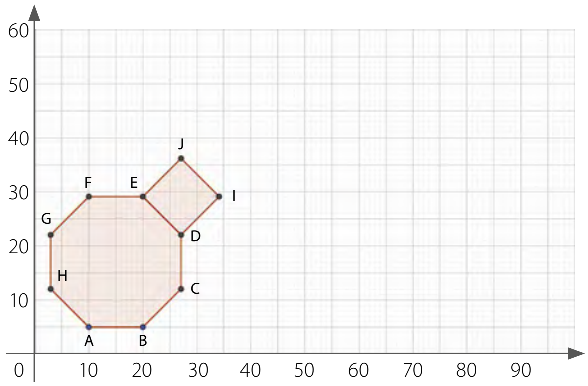
## Ejemplo 2

problema

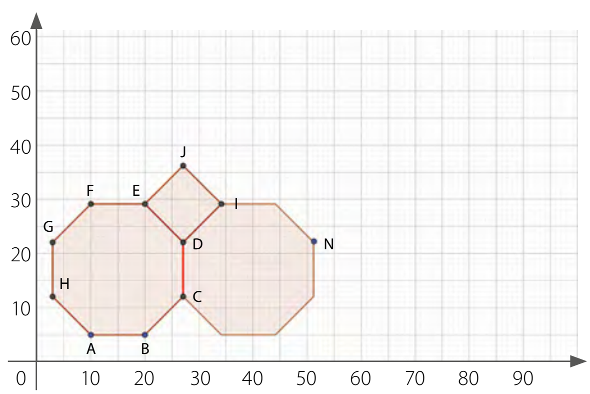
**¿Cuál es el diseño de un teselado con un octógono regular y un cuadrado?**

1. Accede a un *software* geométrico.
   Por ejemplo, ingresa a GeoGebra en *https://bit.ly/3dmAG25*.

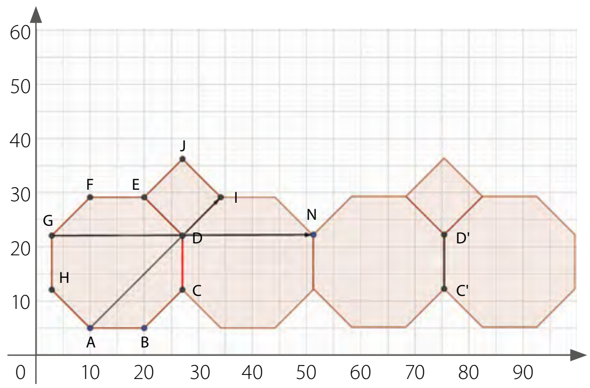
2. Construye un octógono regular y sobre uno de sus lados, un cuadrado.



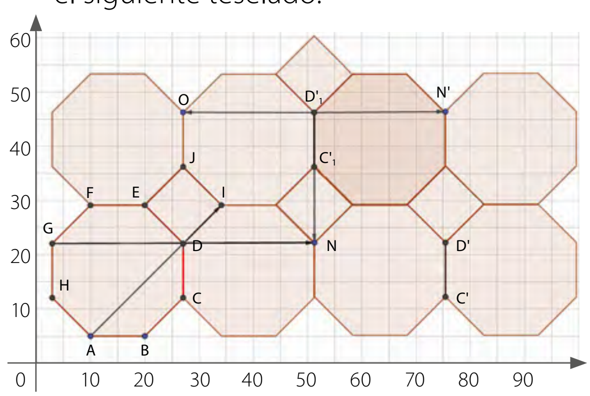

3. Refleja el octógono respecto del lado destacado con rojo.
   Usa el comando «Simetría axial».




4. Traslada horizontalmente la figura.




5. Repite las transformaciones y responde. Trasladando la figura en distintos sentidos, se obtiene el siguiente teselado:




- ¿Qué tipo de teselado se construyó: uno regular o uno semirregular?, ¿por qué?
- ¿Cuánto mide un ángulo interior del octógono regular? Responde **analizando** un punto en que coincidan los vértices de las figuras del teselado.

Además de los teselados regular y semirregular vistos anteriormente, existen también los **teselados irregulares**, en que en el recubrimiento hay al menos un polígono no regular.

**Reflexiona**

¿Cómo el uso de un *software* geométrico desarrolla tu creatividad?

- ¿Qué ejemplo de teselado irregular podrías proponer? Responde junto con un compañero.

## Practica en tu cuaderno

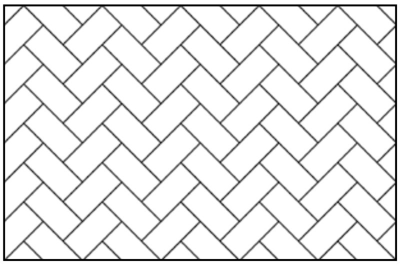
**1.** Define.

**a.** Teselación semirregular.

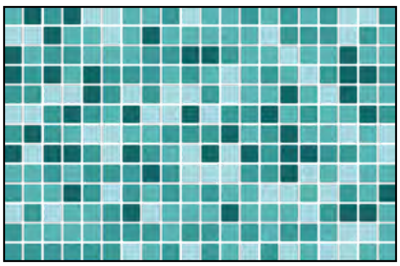
**b.** Teselación irregular.

**2.** **Clasifica** cada teselación en regular, semirregular o irregular.

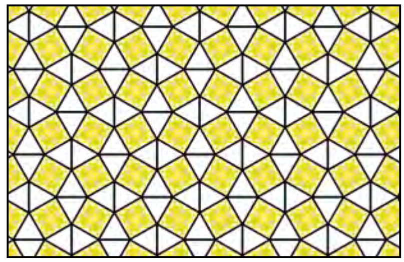
**a.**



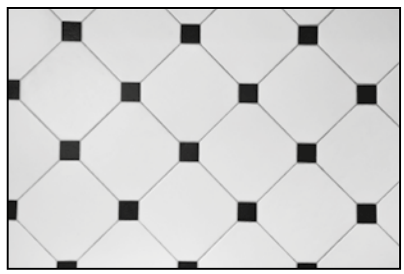
**b.**



**c.**

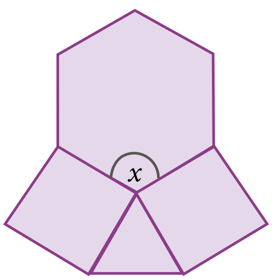


**d.**

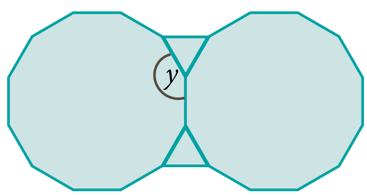


**3.** **Deduce** la medida de los ángulos interiores $x$ e $y$ en las teselaciones semirregulares.

**a.**




**b.**




Páginas 120 y 121.

## Sintetiza

| Teselaciones regulares | Otras teselaciones |
|---|---|
| Las **teselaciones** cubren una superficie por completo mediante **transformaciones isométricas** de figuras 2D.<br>Las **regulares** están formadas por un tipo de polígono regular: triángulo equilátero, cuadrado o hexágono. | Las **semirregulares** usan combinaciones de polígonos regulares.<br>Las **irregulares** están formadas por, al menos, un polígono no regular. |

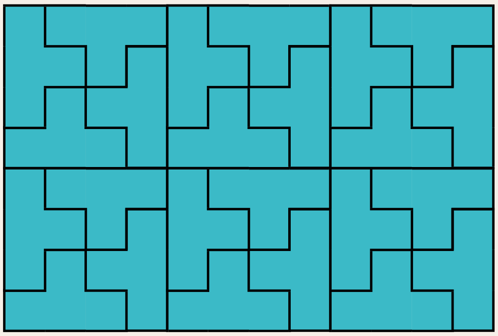
# ¿Cómo vas?

Desarrolla en tu cuaderno

1. Describe cómo diferencias una teselación regular de una semirregular.

2. Describe cómo diferencias una teselación semirregular de una irregular.

3. **Analiza** la teselación.



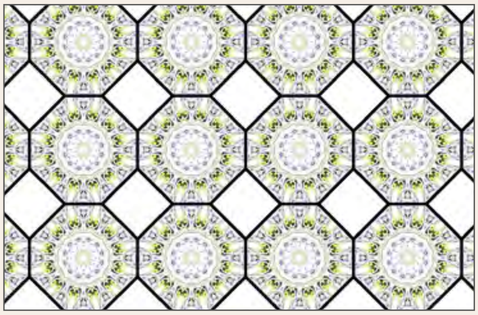
   a. ¿Cuál es la figura 2D que se repite?

   b. ¿Qué transformaciones isométricas identificas? Nombra y ejemplifica dos.

   c. ¿Cómo clasificarías esta teselación?, ¿por qué?

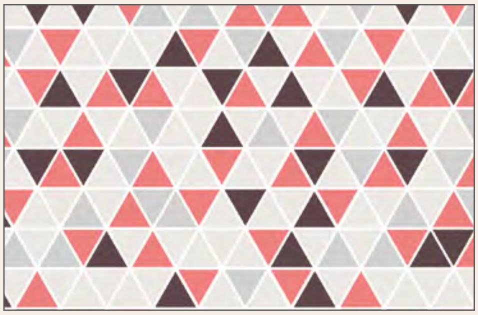
4. **Clasifica** cada teselación en regular, semirregular o irregular.

a.

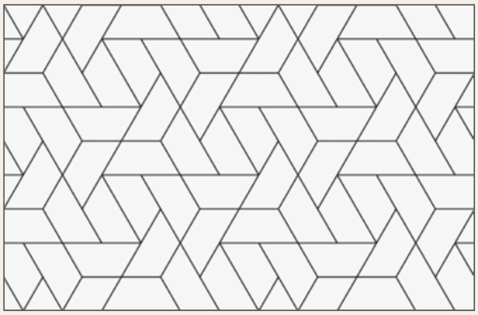


b.

c.

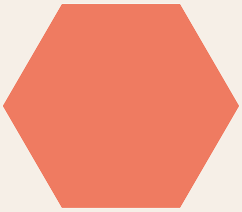


d.

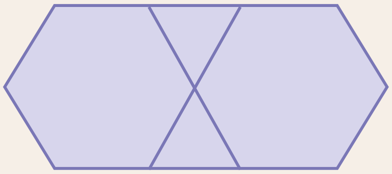


5. **Construye** una teselación con la figura

a.



b.



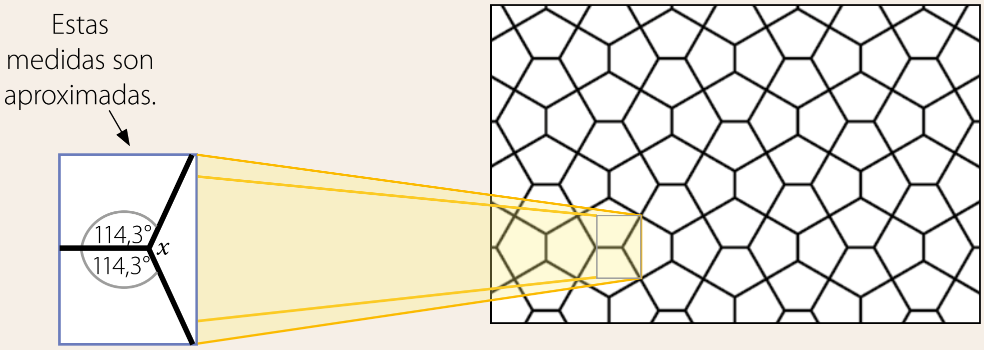
c.

6. **Resuelve** los **problemas**.

a. *Ciencias* Las abejas construyen sus panales de manera que su cara frontal es una teselación como la de la imagen.

- ¿Qué figura 2D se repite en el teselado?
- ¿Qué tipo de teselación es: regular, semirregular o irregular?
- ¿Cuánto mide el ángulo interior de la figura 2D base del teselado?

b. *Artes* En muchas calles de El Cairo, Egipto, se puede apreciar el teselado que se muestra en la figura. [Profundización]




- ¿Cuál es el valor de $x$?, ¿cómo lo sabes?
- Si los otros dos ángulos interiores del pentágono de la teselación de El Cairo son iguales, ¿cuánto miden? Considera que la suma de los ángulos interiores de un pentágono es 540°.

Páginas 122 y 123.

## Retroalimentación

- ¿Tuviste dificultades para identificar y clasificar teselaciones?
  - Sí → Refuerza en las páginas 139 a 145 de tu libro y puedes visitar *https://bit.ly/3asi6nz*.
  - No → ¿Cómo sabes si un diseño es una teselación o no?
- ¿Lograste crear teselaciones?
  - Sí → ¿Prefieres usar regla y compás u ocupar un *software* geométrico?, ¿por qué?
  - No → Refuerza en las páginas 142 y 146 de tu libro y puedes visitar *https://bit.ly/2wyMhKV*.

Lección
# 10 Área y volumen

## Actívate

Leticia tiene un acuario. La altura de su cara frontal es 1,5 m y su ancho, 3 m.

**Responde**

1. ¿A qué figura 3D se asemeja el acuario?
2. ¿Cuántas caras tiene esta figura?
3. ¿Qué forma tiene su cara frontal?
4. ¿Cuál es el área aproximada de esta cara?

Puedes iniciar con ⟶ *https://bit.ly/3ao2npm*

**Reflexiona**

- ¿Qué acciones debe realizar Leticia para conservar la vida en su acuario?
- ¿Qué objetos de tu entorno tienen la misma forma que el acuario?

# Área de cubos y paralelepípedos

Ricardo confecciona cajas de cartón para envolver regalos.

Le encargaron cajas para cubos Rubik y necesita estimar cuánto cartón usará en cada una.

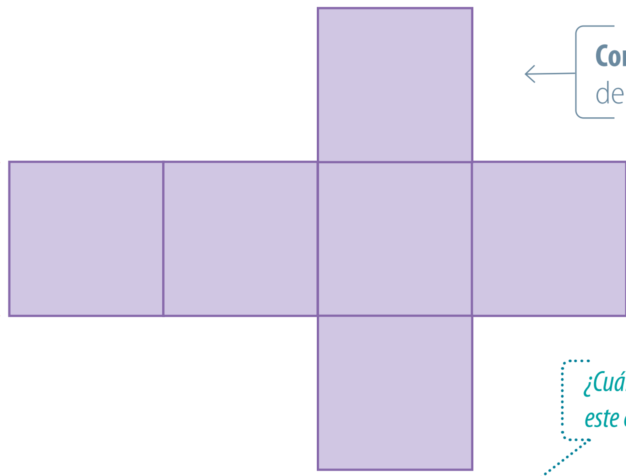

*¿Cómo se llama el segmento en que coinciden dos caras de esta figura 3D?*

## Ejemplo 1

**problema**

**¿Cuánto cartón usará en la caja cúbica como mínimo?**

1. Dibuja la red de un cubo.

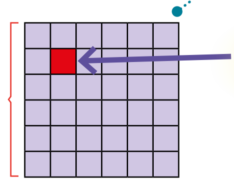



**Construye** otro modelo de red del cubo.

*¿Cuánto miden los otros lados de este cuadrado de la red?*

2. Dibuja una cuadrícula en uno de los cuadrados de la red.

   Hay 36 cuadraditos de 1 cm de lado en un cuadrado de la red.




El lado de este cuadradito mide 1 cm.

3. Considera los otros cuadrados de la red.

   Como la red tiene 6 cuadrados, la cantidad total de cuadraditos de 1 cm que hay en la superficie del cubo es $36 \cdot 6 = 216$.

4. Responde.

   La superficie mínima que ocupará es la equivalente a 216 cuadraditos de 1 cm de lado.

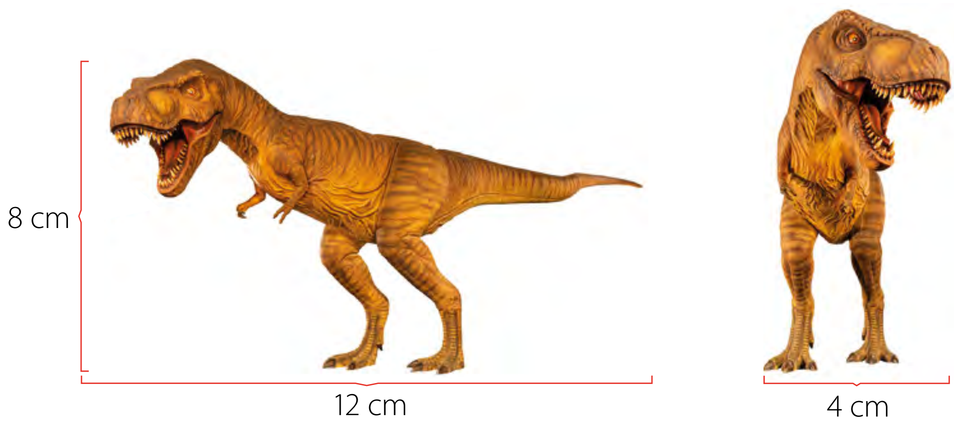
- ¿Cómo expresarías en «centímetros cuadrados» ($cm^2$) el área de un cuadradito de 1 cm de lado? Entonces, ¿cuál es el área de cartón que utilizará Ricardo para armar una caja?
- ¿Cómo construirías un cubo a partir de su red? Usa el recortable sugerido.

Página 199.

## Ejemplo 2

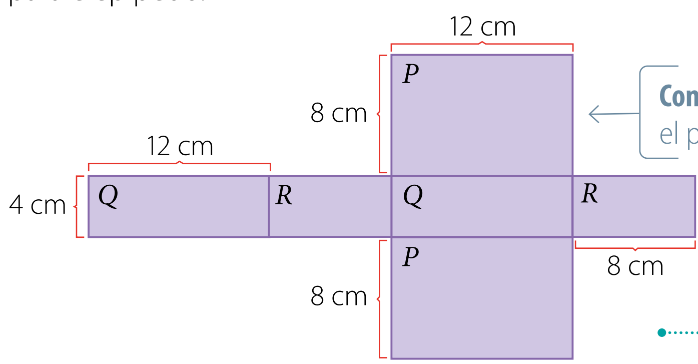
**problema**

Ricardo debe armar una caja para el regalo de la imagen.




**¿Cuánto cartón usará en la caja con forma de paralelepípedo como mínimo?**

1. Dibuja la red de un paralelepípedo.




**Construye** esta red y arma el paralelepípedo.

*¿Esta red permite armar un paralelepípedo recto u oblicuo?*

2. Calcula el área de la red.
   Llama $A_P$, $A_Q$ y $A_R$ a las áreas de los rectángulos $P$, $Q$ y $R$. Entonces, sus valores expresados en $cm^2$ son:

$$A_P = 12 \cdot 8 = 96 \qquad A_Q = 12 \cdot 4 = 48 \qquad A_R = 8 \cdot 4 = 32$$

   Como hay 2 rectángulos de cada tipo, el área total (medida en $cm^2$) es:

$$2 \cdot 96 + 2 \cdot 48 + 2 \cdot 32 = 2 \cdot (96 + 48 + 32) = 2 \cdot 176 = 352$$

3. Responde
   La superficie mínima de cartón que ocupará es 352 $cm^2$.

**Reflexiona**

¿Fuiste metódico al armar las figuras 3D?, ¿por qué?

- ¿Qué diferencias notas entre esta red y la del cubo? **Explícalas**.
- ¿Cómo construirías un paralelepípedo a partir de su red? Usa el recortable sugerido.

Página 199.

El **área** de una **figura 3D** es una medida del tamaño de su superficie. Se puede expresar en las unidades **$cm^2$**, **$m^2$** u otra. Para determinar el **área** de un **cubo** o de un **paralelepípedo** puedes calcular el área de la red que permite armarlo.

## Practica en tu cuaderno

1. Define.

   a. Figura 3D.
   b. Área.
   c. Red de una figura 3D.
   d. Superficie.

2. Señala las diferencias entre un paralelepípedo recto y uno oblicuo.

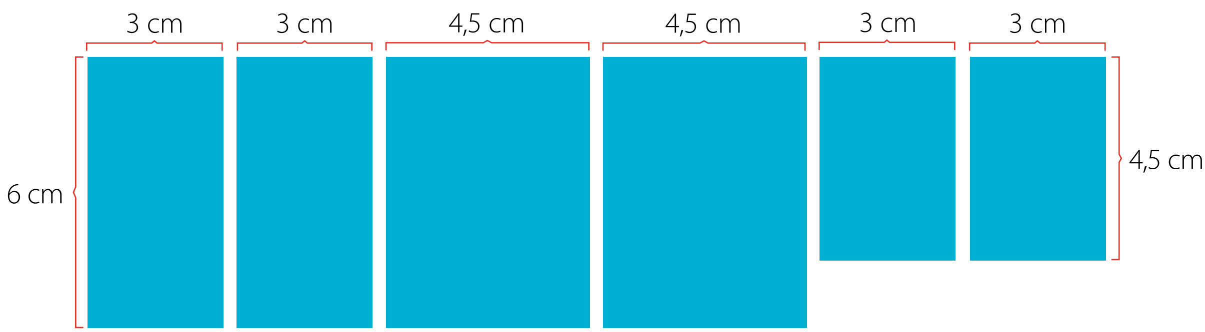
3. **Construye** la red, recorta y arma la figura 3D.

   a. Cubo cuya arista mide 3 cm.
   b. Paralelepípedo cuyas aristas miden 3 cm, 4 cm y 5 cm.

4. **Especifica** las medidas de dos redes con la misma área, una de un cubo y otra de un paralelepípedo.

5. **Resuelve** los **problemas**.

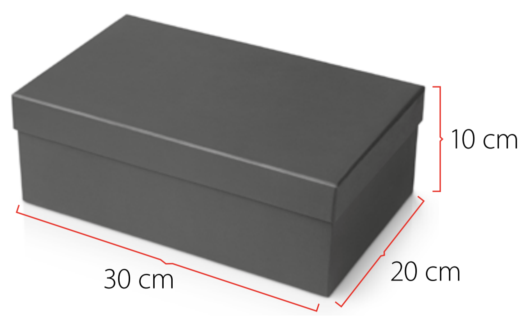
   a. Observa las siguientes figuras 2D:




   - ¿La red de qué figura 3D puedes armar con ellas? Dibújala.
   - ¿Cuál es el área de esta figura 3D?
   - Imagina que debes cortar las figuras y construir el cubo más grande que puedas. ¿Cuál sería su área?

   b. Matilde forrará la caja de zapatos de la imagen con papel de regalo.

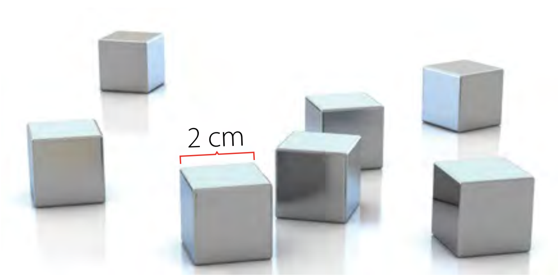
   - ¿Cuál es la red que permite armar la caja? Dibújala.
   - ¿Cuál es el área de la superficie de papel de regalo que necesita como mínimo?




Páginas 124 a 127.

# Cálculo del área de cubos y paralelepípedos

Un artesano construye figuras de metal. Para obtener uno de los cubos de la imagen, dibuja su red en una placa metálica, la recorta y lo arma.

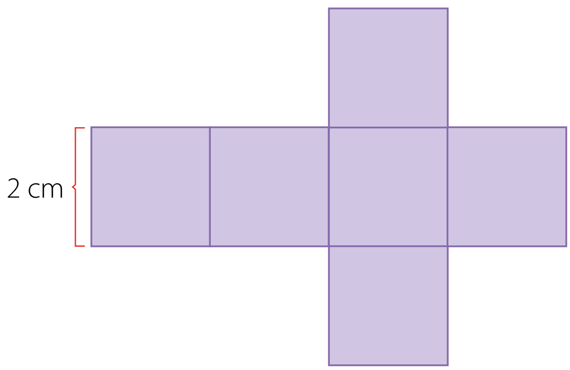



## Ejemplo 1

problema

**¿Cuánto metal utiliza para construir un cubo, aproximadamente?**

1 Dibuja la red de un cubo.




*¿Cuántos cuadrados iguales forman esta red?*

2 Calcula el área $A_C$ de una cara.
Multiplica la arista por sí misma.

$$A_C = 2\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} = 4\text{ cm}^2$$

**Constata** que una arista del cubo corresponde a un lado del cuadrado de su red.

3 Multiplica $A_C$ por la cantidad total de caras.
El cubo tiene 6 caras. Su área total $A$ es:

$$A = 6 \cdot 4\text{ cm}^2 = 24\text{ cm}^2$$

*¿Cómo expresas esta multiplicación como adición?*

4 Responde.
La superficie de metal que utiliza es 24 cm², aproximadamente.

- ¿Cuánto metal ocupó para construir la colección de cubos de la imagen inicial?
- ¿Cómo dibujarías un rectángulo de 24 cm²?, ¿y un cuadrado de esa área? **Explica** en uno y otro caso cómo procederías.

El **área $A$ de un cubo** cuya arista mide $a$ se puede calcular multiplicando por 6 el área de una de sus caras $A_C$. Es decir:

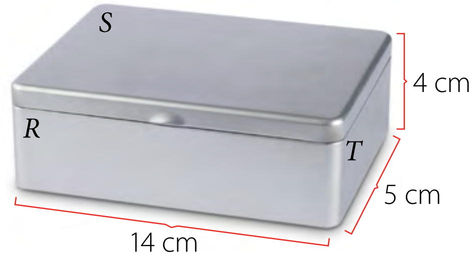
$$A = 6 \cdot A_C = 6 \cdot a \cdot a$$

## Ejemplo 2

problema

**El artesano también fabrica cajas para guardar té. Su forma es la que se muestra en la imagen.**

**¿Cuánto metal ocupa aproximadamente en la confección de una caja (sin considerar las solapas de su tapa)?**




1. Calcula el área de las caras $R$, $S$ y $T$.
   Llama $A_R$, $A_S$ y $A_T$ a las áreas de los rectángulos $R$, $S$ y $T$. Entonces, sus valores expresados en $cm^2$ son:

   $A_R = 14 \cdot 4 = 56$ $\quad$ $A_S = 14 \cdot 5 = 70$ $\quad$ $A_T = 5 \cdot 4 = 20$

2. Multiplica por 2 la suma de estas áreas.
   Como hay 2 rectángulos de cada tipo, el área total (medida en $cm^2$) es:

$$2 \cdot (56 + 70 + 20) = 2 \cdot (146) = 292$$

3. Responde
   La superficie de metal que ocupa es 292 $cm^2$, aproximadamente.

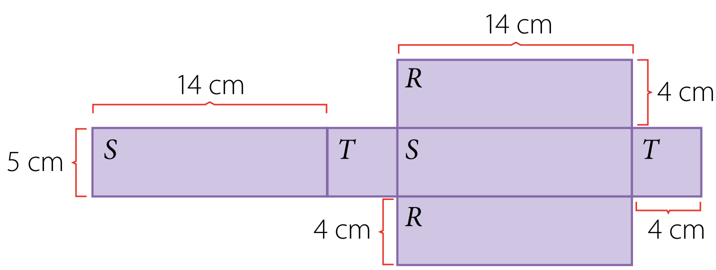
- ¿Por qué el valor calculado es solo una aproximación? **Explica** a un compañero.

## Ejemplo 3

problema

**¿Cómo puedes comprobar que el área del paralelepípedo es 292 $cm^2$?**

1. Dibuja la red.




2. Calcula el área de las figuras 2D que la forman.
   Expresada en $cm^2$, el área es:

$$2 \cdot (5 \cdot 14) + 2 \cdot (5 \cdot 4) + 2 \cdot (4 \cdot 14) = 2 \cdot (70 + 20 + 56) = 2 \cdot (146) = 292$$

3. Responde.
   Dibujando la red y calculando su área, se comprueba que es 292 $cm^2$.

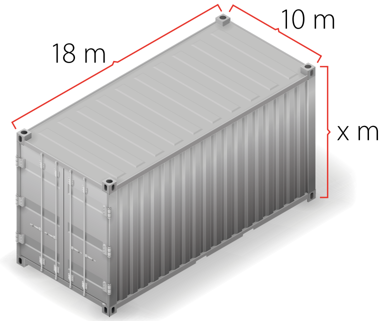
El **área $A$ de un paralelepípedo** se calcula sumando el área de sus 6 caras rectangulares. Si $a$, $b$ y $c$ son su alto, su largo y su ancho, el área es:

$$A = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$

## Ejemplo 4

problema

En la fabricación del contenedor de la imagen se ocuparon aproximadamente 864 m² de acero.
¿Cuál es la altura aproximada del contenedor?




1. Expresa el área usando los datos.

$$864 = 2 \cdot 18 \cdot 10 + 2 \cdot 18 \cdot x + 2 \cdot 10 \cdot x$$

2. Desarrolla la ecuación. *¿Qué es una ecuación?*

$$864 = 360 + 36 \cdot x + 20 \cdot x$$

$$864 - 360 = 360 - 360 + 36 \cdot x + 20 \cdot x$$ *¿Qué operación se efectuó aquí?*

$$504 = 36 \cdot x + 20 \cdot x$$

3. Aplica la propiedad distributiva.
Puedes escribir $36 \cdot x + 20 \cdot x$ como $(36 + 20) \cdot x$. ← **Formula** la propiedad distributiva.

$$504 = (36 + 20) \cdot x$$

$$504 = 56 \cdot x$$

4. Aplica la estrategia «prueba y error». ← **Explica** en qué consiste esta estrategia.
Sustituye la incógnita por números naturales.

| $x = 5$ | $x = 7$ | $x = 10$ | $x = 9$ |
|---|---|---|---|
| $56 \cdot x$<br>$56 \cdot 5 = 280$ | $56 \cdot x$<br>$56 \cdot 7 = 392$ | $56 \cdot x$<br>$56 \cdot 10 = 560$ | $56 \cdot x$<br>$56 \cdot 9 = 504$ |
| Es menor que 504… | Es menor que 504… | Es mayor que 504… | ¡Este es el valor! |

5. Responde.
La altura aproximada del contenedor es 9 m.

- Si expresas las medidas del contenedor en centímetros, ¿cómo podrías obtener su área expresada en cm²?
- ¿Cuál es la red de la figura 3D que forma el contenedor? **Constrúyela** y compárala con las que elaboren tus compañeros.

Para **resolver problemas** de área de cubos y paralelepípedos puedes plantear ecuaciones y resolverlas.

**Reflexiona**

¿Fue la creatividad importante para resolver los problemas?, ¿por qué?

## Practica en tu cuaderno

1. Describe las características de:

   a. un cubo.

   b. un paralelepípedo.

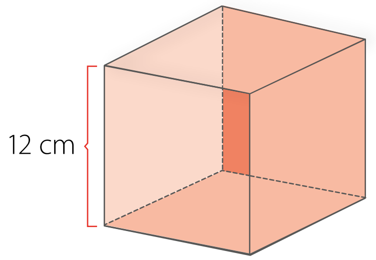
2. **Explica** cómo calculas:

   a. el área de un cubo.

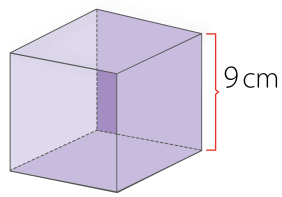
   b. el área de un paralelepípedo.

3. Calcula el área. **Detalla** tu estrategia.

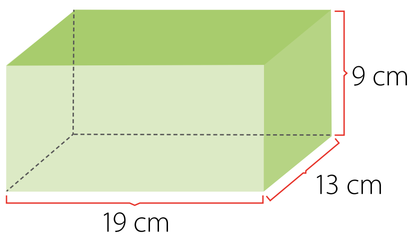
   a. Cubo



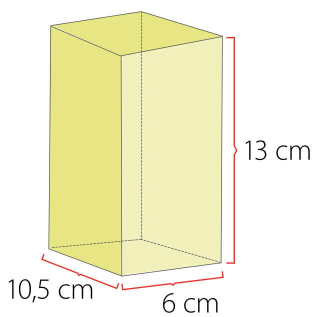

   c. Cubo




   b. Paralelepípedo.




   d. Paralelepípedo.




4. Un cubo tiene la misma área que un rectángulo cuyos lados miden 16 cm y 24 cm. **Determina** la medida de su arista.

5. Calcula las áreas, **compáralas** y ordénalas de menor a mayor.

| Figura 1 | Figura 2 | Figura 3 | Figura 4 | Figura 5 |
|---|---|---|---|---|
| Paralelepípedo con altura, largo y ancho de 4 cm, 6 cm y 5 cm. | Cubo cuya arista mide 5 cm. | Paralelepípedo con altura, largo y ancho de 3 cm, 7 cm y 5 cm. | Cubo cuya arista mide 4 cm. | Cubo cuya arista mide 6 cm. |

6. **Propón** medidas para las aristas de un paralelepípedo de tal modo que su área sea:

   a. 6 $cm^2$

   b. 10 $cm^2$

   c. 200 $cm^2$

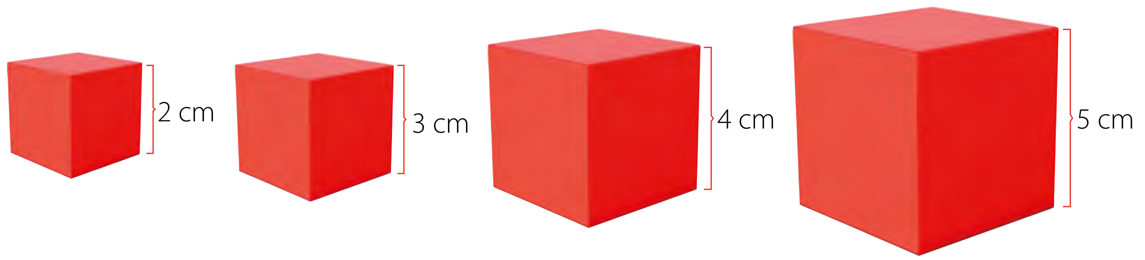
   d. 70 $m^2$

7. **Resuelve** los **problemas**.

a. La suma de la longitud de las aristas de un cubo es 36 cm. ¿Cuál es el área de su superficie?

b. La diferencia de longitud entre las aristas de dos cubos es 1 m. El área de uno de ellos es 486 $m^2$. ¿Cuál podría ser el área del otro? ¿Existe una única respuesta?, ¿por qué?

c. Observa los cubos.




- ¿Cuál es el área de la superficie de cada uno?
- Ordena las áreas de menor a mayor. ¿Qué patrón puedes identificar que relacione los términos de esta secuencia?

d. Un maestro pintor cobra de acuerdo con la superficie que debe trabajar.

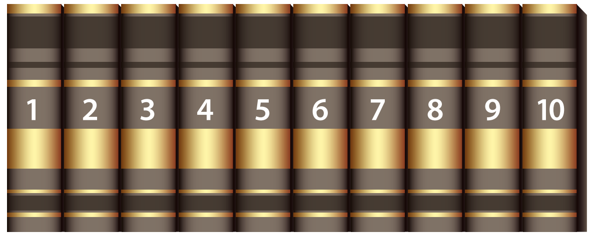
- Una persona lo contrató para pintar todo el exterior del mueble que se representa en la imagen. ¿Cuál es el área de la superficie que pintará?
- Él usará pintura blanca en las caras superior e inferior, y azul en el resto. ¿Cuál es el área de la superficie que pintará con azul?


e. Antonella envolvió por completo el regalo de la imagen con el mínimo de papel posible: 96 $cm^2$.

- En apariencia, ¿qué forma geométrica tiene el regalo?
- Considerando esta forma, ¿cuál es la longitud aproximada de las aristas del regalo?

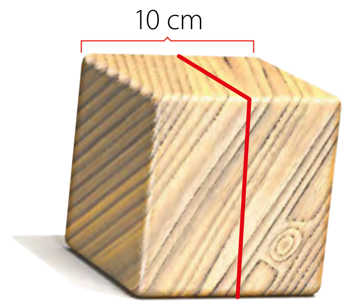
**f.** El dormitorio de Andrés mide 2 m de ancho, 4 m de largo y 2,5 m de alto. En una de las paredes hay una ventana de 1 m de ancho y 1,5 m de alto. Él pretende pintar las paredes y el techo. ¿Cuál es el área que tendrá que pintar? [PROFUNDIZACIÓN]

**g.** Luisa valora mucho su enciclopedia. Ella quiere envolver cada tomo en plástico para poder preservarla en buenas condiciones. El ancho y el largo de un tomo son 18,2 cm y 31,5 cm, respectivamente. El grosor aproximado de su lomo es de 4 cm. [PROFUNDIZACIÓN]




- ¿Cuánto plástico necesita como mínimo para cubrir un tomo?
- ¿Cuánto necesita para envolver todos los tomos por separado?
- ¿Cuánto necesita para envolver todos los tomos juntos?

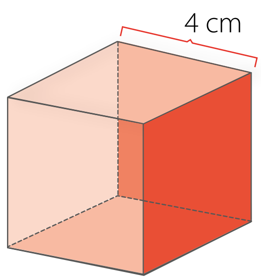
**h.** El cubo de la imagen se corta por la mitad, siguiendo la línea que se destaca con color rojo. [PROFUNDIZACIÓN]




- ¿Cuál es el área del cubo antes del corte?
- ¿Cuál es la suma de las áreas de las figuras 3D que resultan del corte?
- ¿Cuál de las dos áreas anteriores es mayor?, ¿cómo explicas esta diferencia?

**i.** Dos integrantes. Cada uno analiza una de las siguientes figuras 3D de la misma área:

Cubo



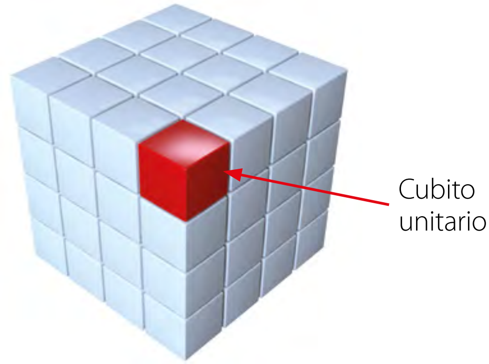

Paralelepípedo


- **Etapa 1** (individual): Calcula o expresa el área de la figura que te correspondió analizar.
- **Etapa 2** (individual: Explica tu desarrollo a tu compañero.
- **Etapa 3** (grupal): Igualen las expresiones que obtuvieron y resuelvan la ecuación para determinar el valor de $x$. [PROFUNDIZACIÓN]

Páginas 128 a 131.

# Cálculo del volumen de cubos y paralelepípedos

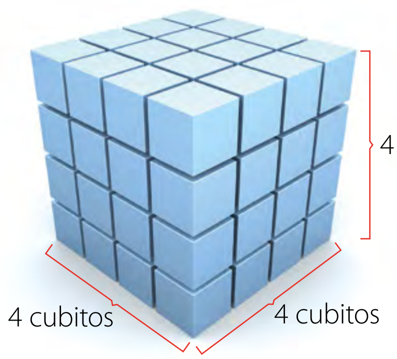
La imagen representa un cubo que ocupa un determinado espacio.
La medida de este espacio puede expresarse como la cantidad de cubitos unitarios que lo forman.




## Ejemplo 1

**¿Cuántos cubitos unitarios forman el cubo?**

1. Cuenta los cubitos unitarios en las aristas.




*¿Las aristas de un cubo miden lo mismo?*

2. Usa la información para determinar la cantidad total de cubitos.
La cantidad de cubitos unitarios en cada arista es la misma: 4. Por lo tanto, la cantidad total se calcula como el siguiente producto:

**Interpreta** como el producto del área de la cara basal por la altura. → $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ ← **Comprueba** contando en la imagen del cubo.

3. Responde.
Hay 64 cubitos unitarios.

- ¿De qué otra forma determinarías la cantidad de cubitos unitarios? **Propón** una estrategia.
- Si la arista de un cubito unitario mide 1 cm, ¿cuál es la medida de la arista del cubo?

El **volumen** de una **figura 3D** es una medida del espacio que ocupa. Su unidad de medida es **mm³** (milímetro cúbico), **cm³** (centímetro cúbico), **m³** (metro cúbico) u otro.

Se diferencia de la capacidad de una figura 3D, que es el volumen que puede contener en su interior.

## Ejemplo 2

problema

**La imagen muestra un cubo formado por cubitos cuya arista mide 1 cm.**
**¿Cuál es su volumen?**

1. Determina la longitud de la arista del cubo.
Como hay 6 cubitos, entonces mide 6 cm.
2. Multiplica.
El volumen se calcula como el siguiente producto:
$$6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} = 216 \text{ cm}^3$$
3. Responde.
El volumen es 216 $\text{cm}^3$.

- ¿Cuántos cubitos hay en el cubo? ¿Cómo se relaciona esta cantidad con el volumen calculado?
- ¿Cómo se relaciona la cantidad de longitudes multiplicadas en el paso 2 con el número que acompaña a la unidad de volumen «$\text{cm}^3$»?

El **volumen $V$ de un cubo** cuya arista mide $a$ se puede calcular como:

$$V = a \cdot a \cdot a$$

Si $a$ se expresa en «mm», el volumen lo hace en «$\text{mm}^3$».

Si $a$ se expresa en «cm», el volumen lo hace en «$\text{cm}^3$».

Si $a$ se expresa en «m», el volumen lo hace en «$\text{m}^3$».

Esta fórmula puede interpretarse como el área de la base del cubo por su altura.

## Ejemplo 3

problema

**¿Cuál es el volumen de un cubo cuya área es 54 $\text{cm}^2$?**

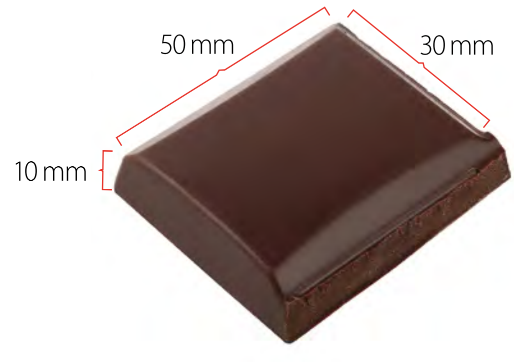
1. Determina el área de una cara.
Como son 6 caras, el área de una es:
$$54 \text{ cm}^2 : 6 = 9 \text{ cm}^2$$
2. Determina la longitud de la arista.
En un cuadrado cuya área es 9 $\text{cm}^2$, el lado mide 3 cm, ya que 3 cm • 3 cm = 9 $\text{cm}^2$.
3. Aplica la fórmula.
$$V = 3 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 27 \text{ cm}^3$$
4. Responde.
El volumen es 27 $\text{cm}^3$.

- ¿Cuánto miden los lados de cuadrados cuya área es 1 $\text{cm}^2$, 4 $\text{cm}^2$, 9 $\text{cm}^2$ y 25 $\text{cm}^2$?, ¿cuál es el patrón?

## Ejemplo 4

problema

La forma del trozo de chocolate de la imagen se aproxima a la de un paralelepípedo.
¿Cuál es su volumen?




1. Identifica la longitud de sus aristas.
   Las medidas de su alto, largo y ancho son 10 mm, 50 mm y 30 mm, respectivamente.
2. Aplica la fórmula.
   $$10 \text{ mm} \cdot 50 \text{ mm} \cdot 30 \text{ mm} = 15\,000 \text{ mm}^3$$
3. Responde.
   El volumen aproximado es 15 000 $\text{mm}^3$.

- ¿Cómo puedes expresar el volumen anterior en $\text{cm}^3$? **Explica**.

El **volumen $V$ del paralelepípedo** de altura $a$, largo $b$ y ancho $c$ es:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Esta fórmula puede interpretarse como el área de la base del paralelepípedo por su altura.

**Reflexiona**

¿Te esforzaste por comprender el concepto de volumen?, ¿por qué?

## Practica en tu cuaderno

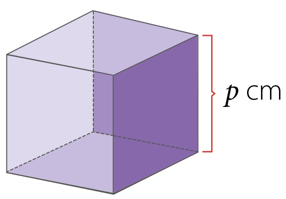
1. Define
   - a. Volumen de una figura 3D.
   - b. Capacidad de un recipiente.
2. Describe cómo calculas el volumen de:
   - a. un cubo.
   - b. un paralelepípedo.
3. Calcula el volumen de un cubo cuya arista mide:
   - a. 8 cm
   - b. 11 cm
   - c. 12 m
   - d. $2\frac{1}{2}$ cm
4. Calcula el volumen de un paralelepípedo cuya altura, largo y ancho son:
   - a. 1 cm, 17 cm y 2 cm
   - b. 4 m, 13 m y 3 m
   - c. 12 cm, 20,5 cm y 12 cm
5. Calcula el volumen de un cubo cuya área es:
   - a. 6 $\text{cm}^2$
   - b. 600 $\text{m}^2$
   - c. 216 $\text{cm}^2$
   - d. 294 $\text{m}^2$
6. Calcula mentalmente el volumen. **Explica** tu estrategia.
   - a. Cubo cuya arista mide 4 m.
   - b. Paralelepípedo cuyo alto, largo y ancho son 2 cm, 5 cm y 4 cm, respectivamente.

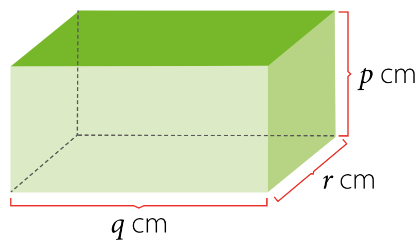
**7.** **Propón** medidas para un paralelepípedo que tenga el mismo volumen que un cubo cuya arista mide:

**a.** 3 m **b.** 5 cm **c.** 11 cm **d.** 20 m

**8.** **Resuelve** los **problemas**.

**a.** Calcula el volumen de acuerdo con los valores de $p$, $q$ y $r$. [Profundización]




- $p = 8$, $q$ es el doble de $p$ y $r$ es el sucesor de $p$.
- $p = r$ y $q = 3p = 9$.
- $p = r - 2$ y $q = p + 5 = 11$.

**b.** Tres integrantes. Consideren la siguiente tabla:

| **Cubos (color)** | Rojos | | | Verdes | | | Azules | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Medida de la arista (cm)** | 2 | 4 | 8 | 3 | 6 | 12 | 5 | 10 | 20 |

› **Etapa 1** (individual): Calcula el volumen de los cubos rojos, verdes o azules.

› **Etapa 2** (grupal): Relacionen los volúmenes obtenidos con las medidas de las aristas.

› **Etapa 3** (grupal): Respondan.

- ¿Qué ocurre con el volumen de un cubo si la medida de su arista se duplica?
- El volumen de un cubo es $V$. ¿Cuál es su volumen si la medida de la arista se duplica?, ¿y si se triplica?

Páginas 132 y 133.

## Sintetiza

| Área de cubos y paralelepípedos | Cálculo del área de cubos y paralelepípedos | Cálculo del volumen de cubos y paralelepípedos |
|---|---|---|
| El **área** de una **figura 3D** es una medida del tamaño de su superficie. Se puede expresar en las unidades **cm²**, **m²** u otra. | - **Área de un cubo** de arista $p$: $A = 6 \cdot p \cdot p$ <br> - **Área de un paralelepípedo** cuyo alto, largo y ancho son $p$, $q$ y $r$: $A = 2 \cdot (p \cdot r + p \cdot q + q \cdot r)$ | - **Volumen de un cubo** de arista $p$: $V = p \cdot p \cdot p$ <br> - **Volumen de un paralelepípedo** cuyo alto, largo y ancho son $p$, $q$ y $r$: $V = p \cdot q \cdot r$ |

## ¿Cómo vas?

Desarrolla en tu cuaderno

1. **Explica** la diferencia entre los conceptos de área y volumen de una figura 3D.

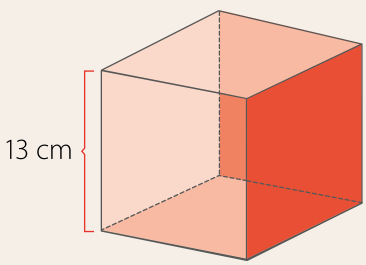
2. **Construye** con papel o cartón:

   a. un cubo cuya arista mida 7 cm.

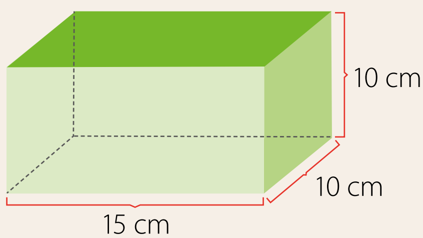
   b. un paralelepípedo cuyo alto, largo y ancho sean 4 cm, 7 cm y 5 cm, respectivamente.

3. Calcula el área y el volumen. **Detalla** tu estrategia.

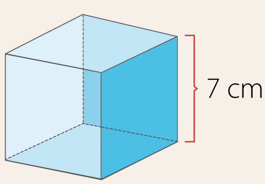
   a. Cubo.



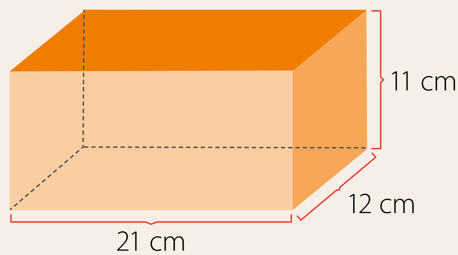

   b. Paralelepípedo.



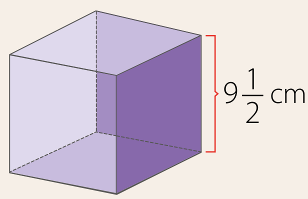

   c. Cubo.



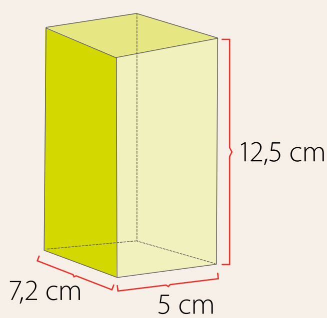

   d. Paralelepípedo.




   e. Cubo.



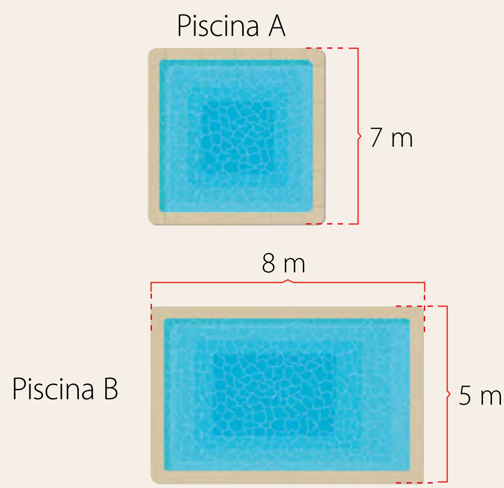

   f. Paralelepípedo.



4. **Resuelve** los **problemas**.

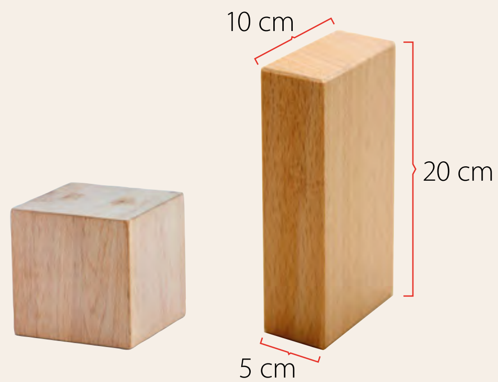
**a.** Cada una de las piscinas rectangulares de la imagen puede contener un máximo de 98 $m^3$ de agua. Sus vistas superiores son un cuadrado y un rectángulo.

- ¿Cuál es el área de la vista superior de las piscinas?
- ¿Cuál es la profundidad de la piscina A?
- ¿Cuál es la profundidad de la piscina B?




**b.** El cubo y el paralelepípedo de la imagen tienen el mismo volumen. [PROFUNDIZACIÓN]

- ¿Cuál es el volumen del cubo, medido en $cm^3$?, ¿y en $mm^3$?
- ¿Cuánto mide la arista del cubo?
- ¿Cuál es el área del cubo?
- ¿Cuál es el área del paralelepípedo?
- ¿Qué razón «área : volumen» es mayor, la del cubo o la del paralelepípedo?




Páginas **134** y **135**.

## Retroalimentación

- ¿Lograste comprender los conceptos de área y volumen de figuras 3D?
  - Sí → ¿Qué representa 1 $cm^2$?, ¿y 1 $cm^3$?
  - No → Refuerza en las páginas 149 a 151 y 158 de tu libro y puedes visitar *https://bit.ly/3aqGUvT*.

- ¿Tuviste dificultades para calcular áreas y volúmenes de cubos y paralelepípedos?
  - Sí → Refuerza en las páginas 152 a 161 de tu libro y puedes visitar *https://bit.ly/2JlWiOl* y *https://bit.ly/2KyhXTW*.
  - No → ¿Cómo se calcula el área de un cubo?, ¿y el volumen de un paralelepípedo?

# ¿Qué aprendiste?

Desarrolla en tu cuaderno

1. Define.

   a. Transportador.

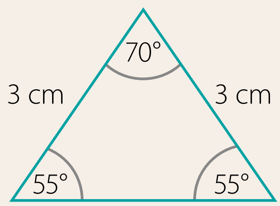
   b. Teselación.

   c. Área de una figura 3D.

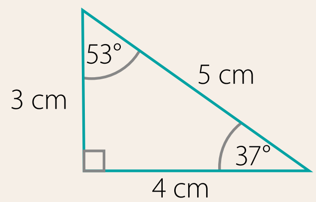
   d. Ángulo adyacente.

2. **Clasifica** los triángulos de acuerdo con las medidas que se indican.

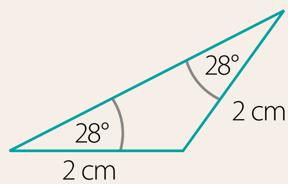
   a.




   b. Las medidas de los ángulos agudos son aproximadas.

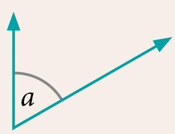



   c.

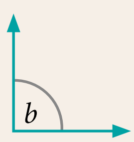



3. **Mide** los ángulos y clasifícalos.

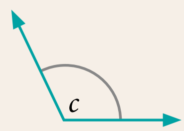
   a.



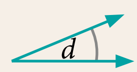

   b.




   c.




   d.




4. **Construye** un ángulo de:

   a. 60°   b. 120°   c. 180°   d. 45°

5. **Construye** un triángulo de las medidas que se indican.
   a. Lados de 5 cm, 5 cm y 5 cm.
   b. Lados de 4 cm y 5 cm, y el ángulo entre ellos de 60°.
   c. Un lado de 6 cm y los ángulos en sus vértices de 30° y 45°.

6. **Construye** la red de un paralelepípedo cuyas aristas miden 5 cm, 7 cm y 4 cm.

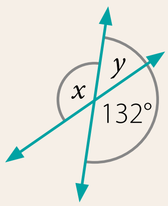
7. **Explica** por qué no se puede construir un triángulo de lados de 3 cm, 4 cm y 7 cm.

8. **Explica** cómo puedes construir una teselación con triángulos equiláteros.

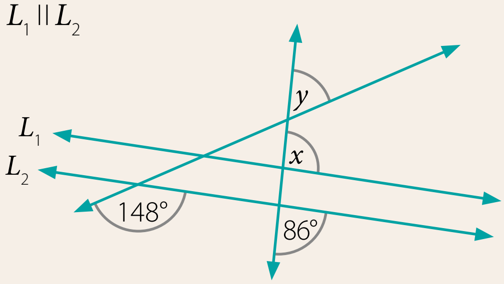
9. **Explica** por qué no puedes construir una teselación con pentágonos regulares.

**10. Determina** los valores de $x$ e $y$.

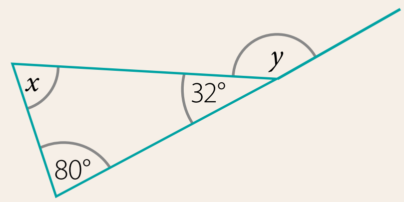
**a.**



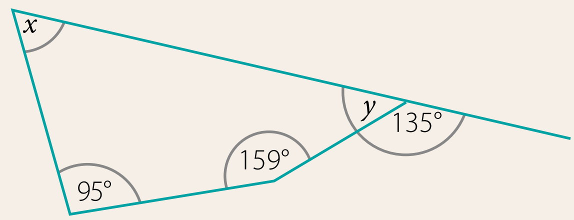

**b.** $L_1 \parallel L_2$




**c.**



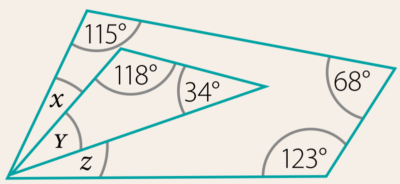

**d.**




**11. Resuelve** los **problemas**.

**a.** Analiza la figura.

- ¿Cuál es el valor de $y$?
- ¿Cuál es el valor de $x + z$?
- ¿Qué dato necesitas para calcular $x$?




**b.** Eduardo debe elegir una de las maletas para llevar en su viaje.

- Si se decidirá por la que posee mayor volumen, ¿cuál elegirá?
- Si se decidirá por la que tiene menor área externa, ¿cuál elegirá?



Páginas 136 y 137.

## Para finalizar Unidad 3

- ¿Cuál fue el contenido que mejor comprendiste?
- ¿Qué facilitó tu comprensión?

- ¿En qué contenido cometiste más errores?
- ¿Qué hiciste para corregirlos?

# Unidad 4 La salud

Trabajarás **datos y probabilidades:**



## ¿Qué sabes?

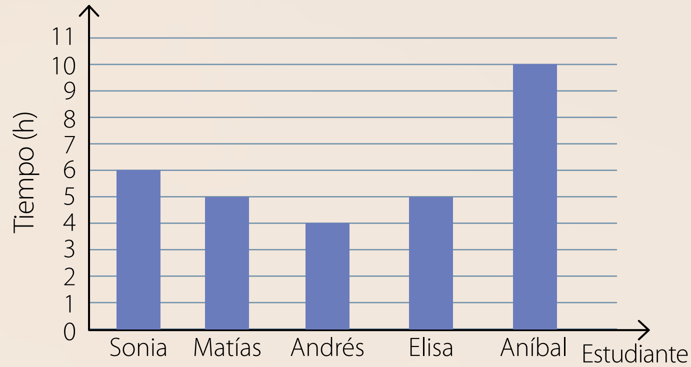
Desarrolla en tu cuaderno

Evaluación diagnóstica

**Resuelve** y **explica** tus respuestas.

1. El gráfico muestra el tiempo que dedica un grupo de estudiantes a realizar actividad física.

Horas de actividad física semanal




   a. ¿Qué estudiante dedica 6 horas semanales a realizar actividad física?
   b. ¿Qué estudiante dedica menos tiempo a realizar actividad física?
   c. ¿Cuál es el promedio de los datos?
   d. ¿Cómo interpretas el promedio obtenido?

2. Mariela lanza una vez los dados de la imagen.

   a. ¿Es posible obtener 2 en ambos dados?
   b. ¿Es seguro que la suma de los números obtenidos sea mayor que 2?
   c. ¿Qué es más probable: que la suma sea 12 o 7?

3. La cantidad diaria de platos saludables que sirvió un casino se indican en la tabla.
   a. ¿Cuántos días fueron considerados?
   b. ¿Cuál es el diagrama de tallo y hojas que representa los datos?

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 18 | 23 | 21 | 15 | 21 | 23 | 33 |
| 21 | 24 | 19 | 17 | 32 | 35 | 18 |

   c. ¿Cómo reconoces en el diagrama el dato que más se repite?

**Reflexiona**

- ¿Qué crees que hace la persona de la imagen?
- ¿Cómo la salud física y mental aporta al bienestar personal?, ¿y al de la sociedad?
- ¿Son importantes para ti la actividad física y la alimentación saludable?, ¿por qué?

Lección
# 11 Representación de datos

## Actívate

Los integrantes del equipo de atletismo corrieron 4 km. El entrenador registró los tiempos en una tabla.

| Corredor (n°) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tiempo (min) | 17 | 33 | 19 | 29 | 28 | 21 | 25 |

**Responde**

1. ¿Cómo representarías la información en un diagrama de tallo y hojas?
2. ¿Cuál es la diferencia entre el mayor y el menor tiempo?
3. ¿Cuántos atletas tardaron más de 25 minutos?
4. ¿Con qué gráfico representarías la información?, ¿por qué?

Puedes iniciar con ⟶ *https://bit.ly/3asnTcL* y *https://bit.ly/3aC3B0u*

**Reflexiona**

- ¿En qué forma el deporte mejora la calidad de vida de las personas?
- ¿Realizas actividad física todos los días?, ¿por qué?

# Comparación de distribuciones

Esteban practica salto largo. Él registró sus marcas durante dos semanas en la siguiente tabla:

| Longitud del salto (cm) | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Semana 1 | | | | | Semana 2 | | | | |
| 691 | 720 | 666 | 669 | 680 | 680 | 704 | 685 | 691 | 713 |
| 671 | 710 | 660 | 685 | 681 | 713 | 690 | 717 | 709 | 697 |
| 678 | 697 | 712 | 688 | 703 | 720 | 681 | 694 | 720 | 729 |
| 714 | 688 | 701 | 717 | 699 | 686 | 708 | 714 | 684 | 722 |

## Ejemplo 1

problema

**¿En qué semana la distribución de la longitud del salto tuvo mayor variación?**

1 Ordena los datos de menor a mayor.

**Explica** cómo puedes responder con esta representación.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Semana 1** | 660 | 666 | 669 | 671 | 678 | 680 | 681 | 685 | 688 | 688 |
| | 691 | 697 | 699 | 701 | 703 | 710 | 712 | 714 | 717 | 720 |
| **Semana 2** | 680 | 681 | 684 | 685 | 686 | 690 | 691 | 694 | 697 | 704 |
| | 708 | 709 | 713 | 713 | 714 | 717 | 720 | 720 | 722 | 729 |

2 Construye el diagrama de tallo y hojas.

**Explica** cómo respondes usando este diagrama.

**Longitud del salto por semana (cm)**

Semana 1

| Tallo | Hojas |
|---|---|
| 66 | 0 6 9 |
| 67 | 1 8 |
| 68 | 0 1 5 8 8 |
| 69 | 1 7 9 |
| 70 | 1 3 |
| 71 | 0 2 4 7 |
| 72 | 0 |

Semana 2

| Tallo | Hojas |
|---|---|
| 68 | 0 1 4 5 6 |
| 69 | 0 1 4 7 |
| 70 | 4 8 9 |
| 71 | 3 3 4 7 |
| 72 | 0 0 2 9 |

3 Responde.

En la semana 1 la distribución tuvo mayor variación.

*¿Cuáles son el mayor y el menor valor de cada semana?*

- ¿Crees que el diagrama ayudó a responder la pregunta?, ¿por qué?
- ¿Qué otra representación te permite comparar las distribuciones? **Explícala** y evalúa la de un compañero.

Un **diagrama de tallo y hojas** permite comparar simultáneamente dos conjuntos de datos e identificar valores individuales.

## Ejemplo 2

problema

Esteban cada día entrena en la mañana o en la tarde. Él lleva un registro por jornada de los saltos que realizó en las dos semanas. Algunos de los datos se representan con letras.

**Longitud del salto por jornada (cm)**

| Mañana | | Tarde | |
|---|---|---|---|
| Tallo | Hojas | Tallo | Hojas |
| 66 | $a$ 9 | 66 | 6 |
| 67 | 8 | 67 | $e$ |
| 68 | 0 0 $b$ 4 5 6 | 68 | 1 5 8 8 |
| 69 | 0 1 1 | 69 | 4 7 $f$ 9 |
| 70 | 8 $c$ | 70 | 1 3 4 |
| 71 | 2 3 3 4 | 71 | 0 4 7 $g$ |
| 72 | 2 $d$ | 72 | 0 0 0 |

¿En qué jornada el promedio de la longitud de su salto fue mayor: mañana o tarde?

1. Determina los valores desconocidos.
La letra $a$ corresponde a una hoja del tallo «66». Observa el diagrama del Ejemplo 1 y constata que hay tres hojas para ese tallo:

| Tallo | Hojas |
|---|---|
| 66 | 0 6 9 |

En el diagrama con los saltos por jornada nota que las hojas para el tallo 66 son $a$, 6 y 9.
Por lo tanto, $a = 0$.

2. Completa el diagrama.

**Detalla** cómo determinar el valor de $b$, $c$, $d$, $e$, $f$ y $g$.

**Longitud del salto por jornada (cm)**

| Mañana | | Tarde | |
|---|---|---|---|
| Tallo | Hojas | Tallo | Hojas |
| 66 | 0 9 | 66 | 6 |
| 67 | 8 | 67 | 1 |
| 68 | 0 0 1 4 5 6 | 68 | 1 5 8 8 |
| 69 | 0 1 1 | 69 | 4 7 7 9 |
| 70 | 8 9 | 70 | 1 3 4 |
| 71 | 2 3 3 4 | 71 | 0 4 7 7 |
| 72 | 2 9 | 72 | 0 0 0 |

3. Calcula el promedio.

| Jornada | Mañana | Tarde |
|---|---|---|
| Promedio (cm) | 694,75 | 699,6 |

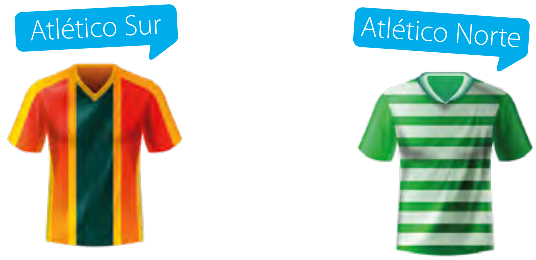
*¿Cómo calculas el promedio de un conjunto de datos?*

4. Responde.
El promedio fue mayor en la jornada de la tarde.

## Ejemplo 3

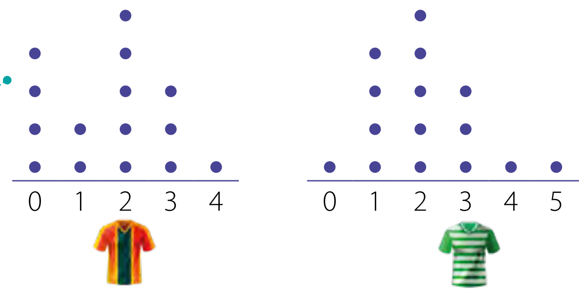
**problema**

Atlético Sur y Atlético Norte participaron en un campeonato de fútbol. La cantidad de goles convertidos por los equipos se representa en un diagrama de puntos.




**Cantidad de goles convertidos**

*¿Por qué no aparece una columna con un 5?*




**Determina** cuántos partidos jugó cada equipo.

¿Cuál de los equipos convirtió más goles?

1. Interpreta el diagrama.
   Cada punto representa un partido en que el equipo convirtió la cantidad de goles que se indica en el pie de la columna.
2. Calcula las cantidades de goles.
   Atlético Sur ▶ $0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 1 = 0 + 2 + 10 + 9 + 4 = 25$
   Atlético Norte ▶ $0 \cdot 1 + 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 1 = 0 + 4 + 10 + 9 + 4 + 5 = 32$
3. Responde
   Atlético Norte convirtió más goles.

- ¿Qué otras preguntas permite responder el diagrama? **Formula** dos y pide a un compañero que las responda.
- ¿Qué otra representación te podría ayudar a comparar las distribuciones? **Elabora** tu representación y compártela con tus compañeros.

Un **diagrama de puntos** permite hacer comparaciones entre las distribuciones de dos o más conjuntos de datos. Además, informa del valor individual de cada observación.

**Reflexiona**

¿Es útil tener una actitud positiva frente a nuevos desafíos?, ¿por qué?

## Practica en tu cuaderno

1. Define.

 a. Conjunto de datos.

 b. Variación.

2. Describe una diferencia y una similitud entre los diagramas de puntos y de tallo y hojas.

3. **Explica** cómo construyes un diagrama:

 a. de tallo y hojas.

 b. de puntos.

4. **Resuelve** los **problemas**.

 a. La cantidad de mascotas que tiene cada estudiante de 6° básico se indica a continuación:

| Cantidad de mascotas | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6° A | | | 6° B | | |
| 0 | 1 | 0 | 4 | 1 | 0 |
| 2 | 2 | 1 | 0 | 4 | 1 |
| 0 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 |
| 0 | 0 | 5 | 2 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 0 | 2 | 0 | 4 |

- ¿Cuál es el diagrama de puntos que representa los datos?
- ¿En qué curso hay más alumnos sin mascotas?
- ¿En qué curso los alumnos tienen más mascotas?
- ¿Qué otra pregunta puede responderse con tu diagrama? Plantéala y pide a un compañero que la responda.

 b. El puntaje máximo en un examen es 36. Los puntajes obtenidos por los estudiantes de dos cursos fueron los siguientes:

**Puntaje del examen**

6° A

| Tallo | Hojas |
|---|---|
| 0 | 5 7 8 |
| 1 | 1 6 6 8 9 |
| 2 | 0 1 2 2 4 5 6 6 7 8 9 9 9 |
| 3 | 0 0 1 3 5 6 6 |

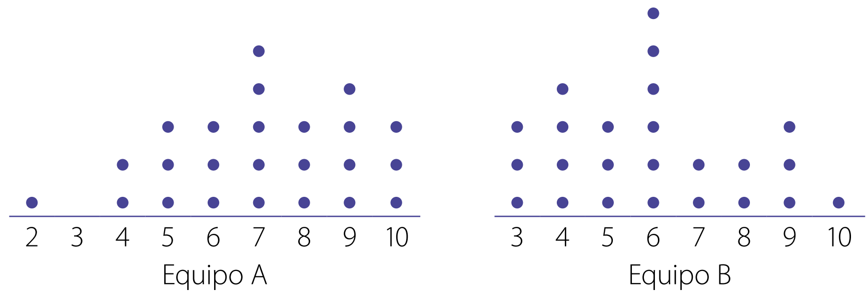
6° B

| Tallo | Hojas |
|---|---|
| 0 | 2 5 8 8 |
| 1 | 0 3 7 8 |
| 2 | 1 3 3 4 4 4 7 8 8 9 |
| 3 | 0 0 0 1 2 1 2 3 6 |

- ¿En qué curso hay más estudiantes que obtuvieron el puntaje máximo?
- El puntaje que permite aprobar el examen es de 20 puntos o más. ¿Cuántos alumnos lo reprobaron en cada curso?
- ¿Qué otra pregunta puede responderse con la información del diagrama? Plantéala y pide a un compañero que la responda.

**c.** Dos equipos juveniles de tiro con arco compiten en un torneo regional. Los puntajes que obtuvieron fueron los siguientes:

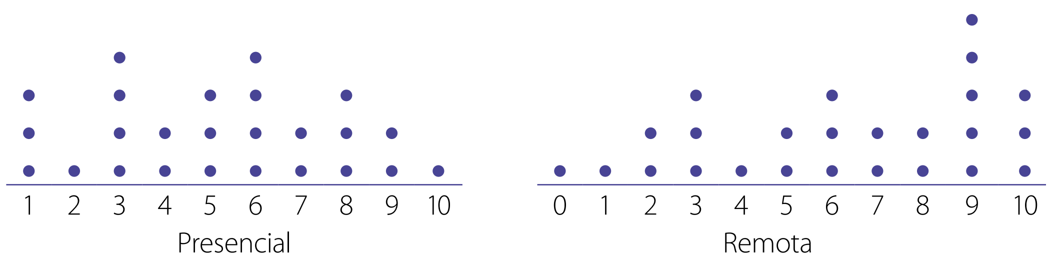
**Puntaje obtenido**




- ¿Cuántos lanzamientos realizó cada equipo?
- ¿Cuál fue el puntaje que más se repitió en cada equipo?
- ¿Cuántos lanzamientos de 7 puntos realizó el equipo B?
- ¿Qué porcentaje de los tiros de cada equipo obtuvo 6 puntos?
- ¿Qué equipo obtuvo mayor puntaje?
- ¿Qué otra pregunta podrías responder con la información del diagrama? Plantéala y pide a un compañero que la responda.

**d.** Una tienda realiza ventas en dos modalidades: presencial y remota. La cantidad de ventas realizadas durante 25 días se representa a continuación:

**Cantidad de ventas en 25 días**



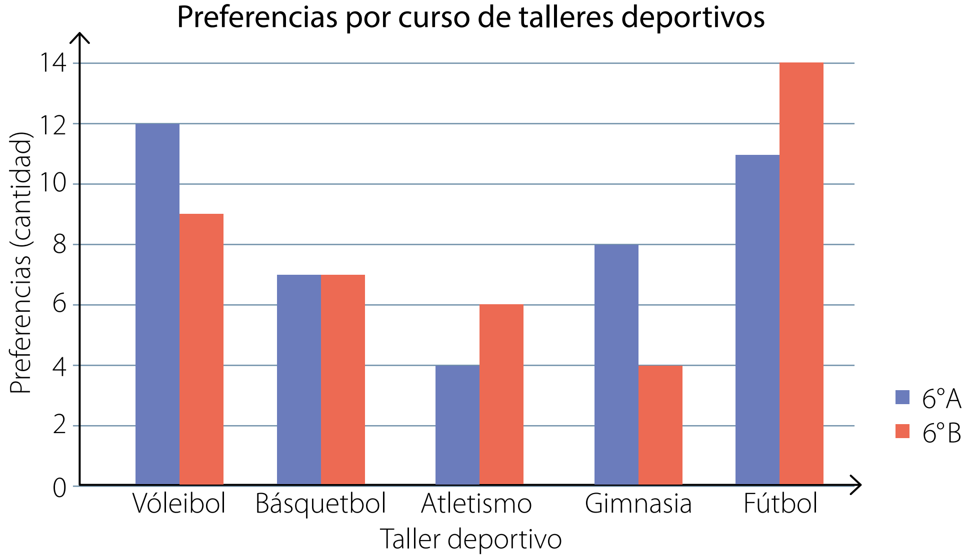

- ¿Bajo qué modalidad hubo 3 días con exactamente 8 ventas?
- ¿Cuántos días hubo 6 ventas presenciales?
- ¿Cuántos días hubo más de 7 ventas remotas?
- ¿Cuántas ventas hubo bajo cada modalidad?
- ¿Bajo qué modalidad se realizaron más ventas?
- ¿Cuántas ventas hubo en total?
- ¿Qué otra pregunta podrías responder con la información del diagrama?

Páginas 138 a 141.

# Gráfico de barras dobles

El profesor de Educación Física y Salud realizó una encuesta a los estudiantes de 6° básico de un colegio. En ella debían elegir uno de los siguientes talleres deportivos: vóleibol, básquetbol, atletismo, gimnasia o fútbol.

Los resultados se representan en el siguiente gráfico:

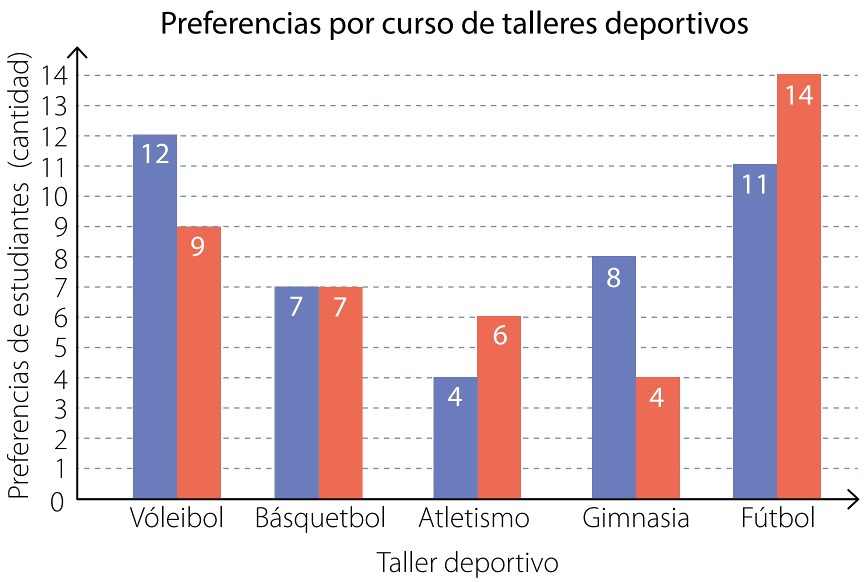



## Ejemplo 1

problema

¿Qué taller tuvo más preferencias?

1. Analiza el gráfico.
Determina la frecuencia de cada barra.




*¿Qué taller tuvo más preferencias en el 6° A?*

2 Construye una tabla con la información.
Traspasa los datos del gráfico a la tabla.

**Preferencias por curso de talleres deportivos**

| Taller deportivo / Preferencia de estudiantes | 6° A (cantidad) | 6° B (cantidad) | Total (cantidad) |
|---|---|---|---|
| Vóleibol | 12 | 9 | 21 |
| Básquetbol | 7 | 7 | 14 |
| Atletismo | 4 | 6 | 10 |
| Gimnasia | 8 | 4 | 12 |
| Fútbol | 11 | 14 | 25 |

*¿Cuántos alumnos respondieron la encuesta?*

3 Responde
El taller con más preferencias fue el de fútbol.

- ¿Qué taller tuvo menos preferencias?, ¿cómo lo sabes?
- ¿Qué taller tuvo la misma cantidad de preferencias en ambos cursos?
- ¿Qué pregunta propondrías a partir de la información del gráfico? **Formúlala** a un compañero y ayúdalo a responder.

## Ejemplo 2

**problema**

**¿Cuántos alumnos respondieron la encuesta en cada curso?**

1 Escribe la cantidad de preferencias en cada curso.
Puedes extraer los datos del gráfico o de la tabla.

6° A ▶ 12 7 4 8 11

6° B ▶ 9 7 6 4 14

Calcula mentalmente la suma en cada curso.

2 Súmalas.

6° A ▶ $12 + 7 + 4 + 8 + 11 = 42$ 6° B ▶ $9 + 7 + 6 + 4 + 14 = 40$

3 Responde.
La encuesta fue respondida por 42 alumnos del 6° A y 40 del 6° B.

- ¿Crees que es más sencillo leer la información desde el gráfico de barras dobles o desde su tabla correspondiente?, ¿por qué?

Un **gráfico de barras dobles** permite comparar los datos de dos conjuntos. En este tipo de gráfico, la altura de cada barra coincide con la frecuencia del dato que representa.

**Reflexiona**

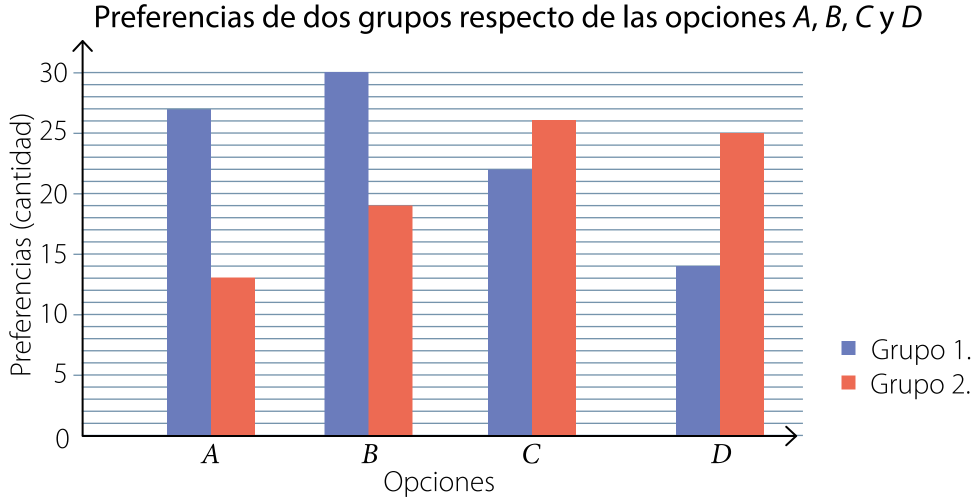
¿Te esforzaste por interpretar las tablas y gráficos?, ¿de qué manera ayudó esto a tu aprendizaje?

**Practica** en tu cuaderno

1. Define.
   a. Encuesta.
   b. Frecuencia.

2. **Explica** las diferencias entre un gráfico de barras simples y uno de barras dobles.

3. **Analiza** el gráfico.




a. Determina el valor de $p$, $q$, $r$ y $s$ en la tabla.

| Opciones | Grupo 1 (cantidad) | Grupo 2 (cantidad) |
|---|---|---|
| $A$ | 27 | 13 |
| $B$ | $p$ | 19 |
| $C$ | $q$ | $r$ |
| $D$ | 14 | $s$ |

b. ¿Qué grupo tiene mayor frecuencia en la categoría $C$?

c. ¿Y en la categoría $A$?

d. ¿Cuál es la frecuencia del grupo 2 en la categoría $D$?

e. ¿Y la del grupo 1 en la categoría $B$?

f. ¿En qué categorías el grupo 1 supera al 2?

g. ¿Cuál es la frecuencia total en la categoría $B$?

h. ¿Y en la categoría $D$?

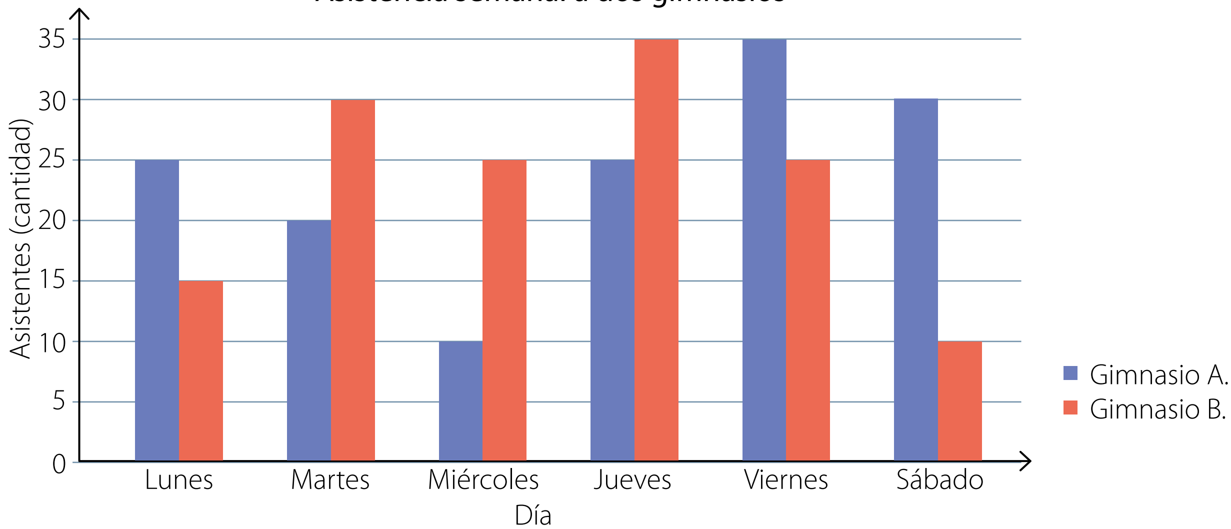
i. ¿Cuál es la diferencia entre las frecuencias de los grupos 1 y 2 en la categoría $A$?

j. Todos los integrantes de los grupos eligieron solo una de las categorías. Entonces, ¿cuántos integrantes tiene el grupo 1?, ¿y el 2?

**4. Resuelve** los **problemas**.

**a.** La asistencia a dos gimnasios se representa a continuación:

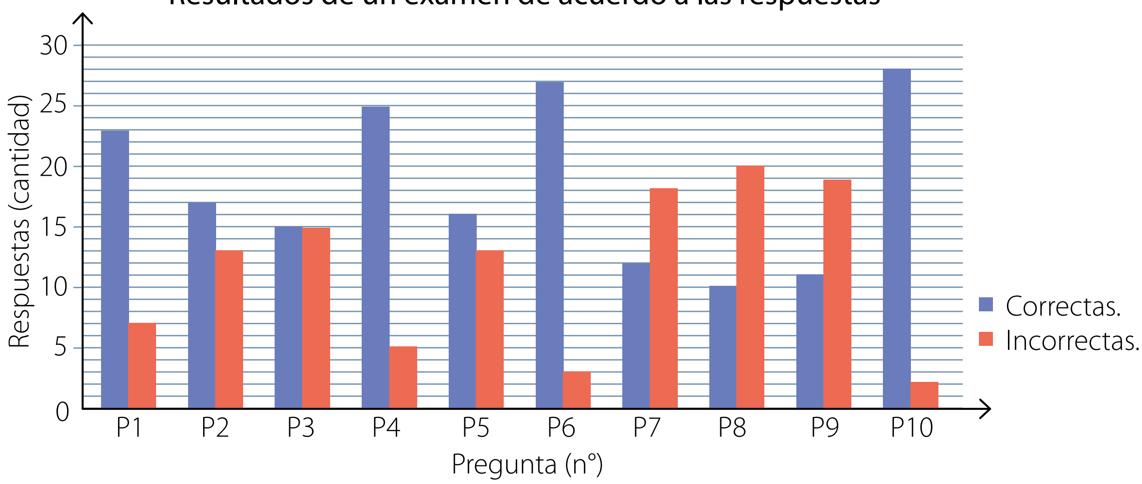
**Asistencia semanal a dos gimnasios**




- ¿Qué día el gimnasio A tuvo más asistentes?, ¿y el B?
- ¿Qué día el gimnasio B tuvo menos asistentes?, ¿y el A?
- El lunes, ¿qué gimnasio tuvo más asistentes?
- El viernes, ¿qué gimnasio tuvo menos asistentes?
- ¿Cuántos asistentes tuvo cada gimnasio durante la semana?

**b.** La información de los resultados de un examen se indica a continuación, pregunta por pregunta:

**Resultados de un examen de acuerdo a las respuestas**

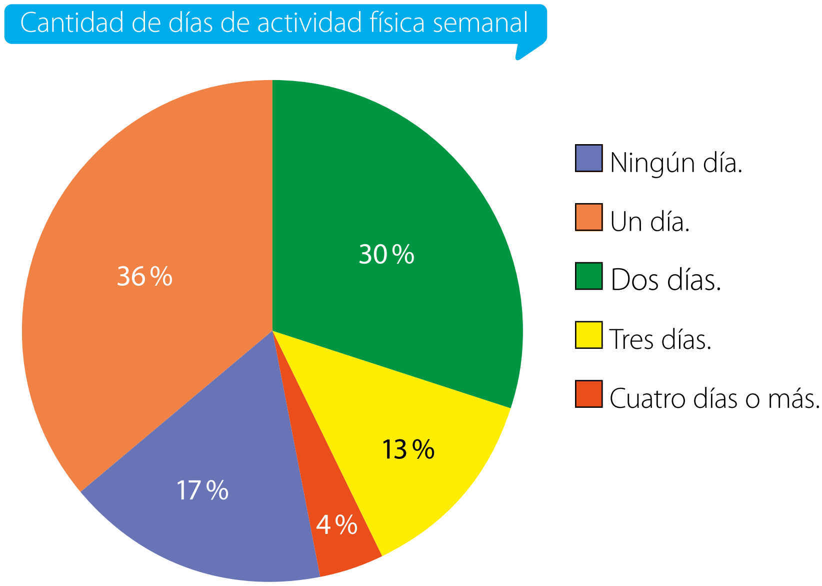



- ¿Qué preguntas fueron contestadas incorrectamente por más del 50 % de los alumnos?
- ¿Es válido afirmar que hubo más respuestas correctas que incorrectas?, ¿por qué?

Páginas 142 a 145.

# Gráfico circular

Se hizo un estudio a 125 personas para saber cuántos días a la semana realizan actividad física.




## Ejemplo 1

**problema**

**¿Cuántos encuestados declaran no realizar actividad física durante la semana?**

1. Identifica la información relevante.

   125 encuestados   17 %

   *¿Qué representa este dato?*

2. Opera los datos.

   Aplica el porcentaje.

   17 % de 125 ▶ 0,17 • 125 = 21,25

   **Comprueba** este resultado con una calculadora.

3. Interpreta el resultado de la operación.

   Como la cantidad de encuestados no puede ser un número decimal, aproximamos al natural más cercano: 21.

   **Explica** por qué el natural más cercano a 21,25 es 21.

4. Responde.

   La cantidad de encuestados que declara no realizar actividad física es 21.

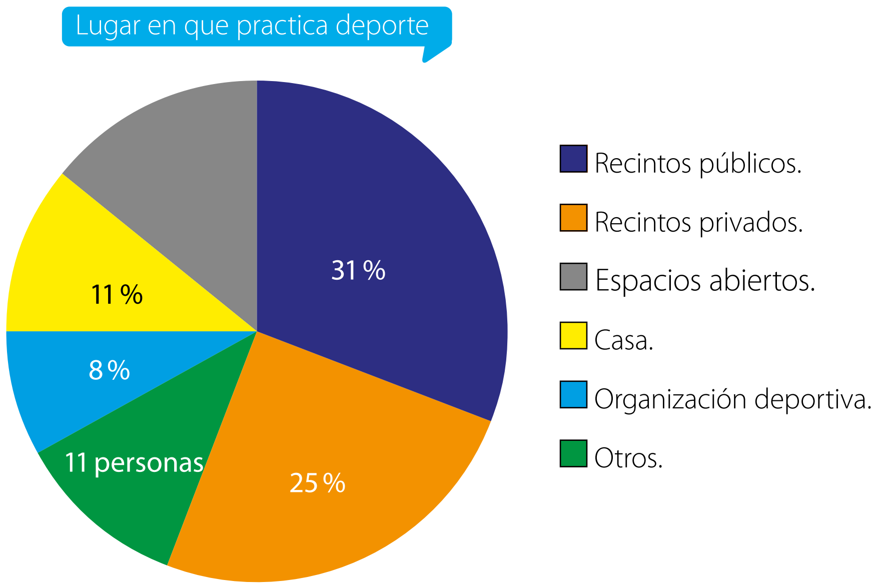
- ¿Cómo habrías resuelto el problema tú? **Explica** tu estrategia.
- ¿Cuántos de los encuestados optaron por cada una de las otras categorías?

En un **gráfico circular** cada sector representa la frecuencia de una categoría respecto del total de datos. Habitualmente, la frecuencia se expresa como **porcentaje**.

## Ejemplo 2

problema

En el mismo estudio anterior se preguntó a las 104 personas que realizan actividad física por el lugar en que habitualmente lo hacen.




¿Cuántos encuestados optaron por el lugar que obtuvo más preferencias?

1. Identifica la información relevante.

**Explica** cómo obtener este número a partir del Ejemplo 1 → 104 encuestados

31 % ¿Por qué se seleccionó este dato?

2. Opera los datos.
Aplica el porcentaje.
31 % de 104 ▶ 0,31 • 104 = 32,24 ← **Comprueba** este resultado con una calculadora.

3. Responde.
La cantidad de encuestados que seleccionaron la opción «recintos públicos», que es el lugar que obtuvo más preferencias, es 32.

- ¿Qué porcentaje de los encuestados optaron por la categoría «otros»?, ¿cómo lo sabes?
- ¿Qué porcentaje de los encuestados que realizan actividad física lo hace en recintos privados?, ¿a qué fracción equivale?, ¿a qué cantidad de encuestados corresponde?
- ¿Qué porcentaje representan los encuestados que realizan actividad física en espacios abiertos?

**Reflexiona**

¿Necesitaste de creatividad para interpretar los gráficos?, ¿por qué?

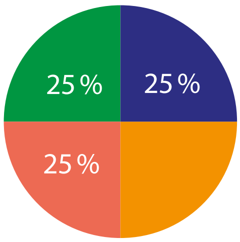
# Practica en tu cuaderno

1. Define.
   a. Porcentaje.
   b. Sector circular.

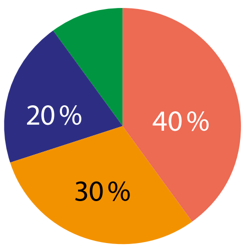
2. Describe las características de un gráfico circular.

3. **Descubre** cuál es el porcentaje desconocido.

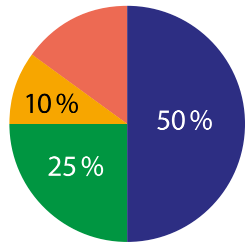
a.



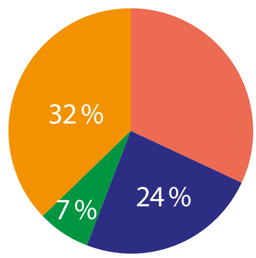

b.



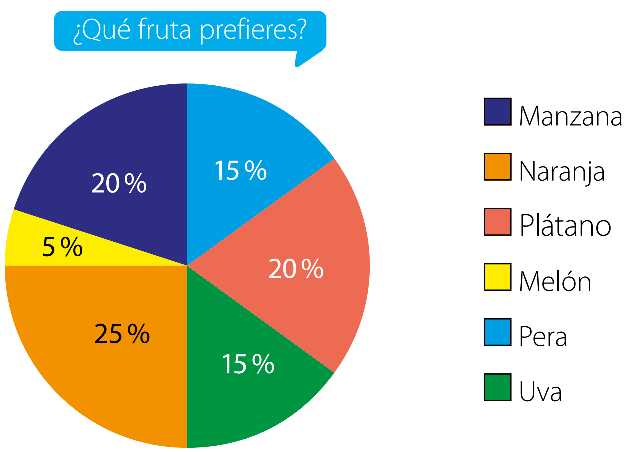

c.




d.




4. **Analiza** el gráfico.




a. Determina los valores desconocidos de la tabla.

| Tipo de fruta | Manzana | Naranja | Plátano | Melón | Pera | Uva |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Preferencias (cantidad) | ? | ? | 8 | ? | ? | ? |

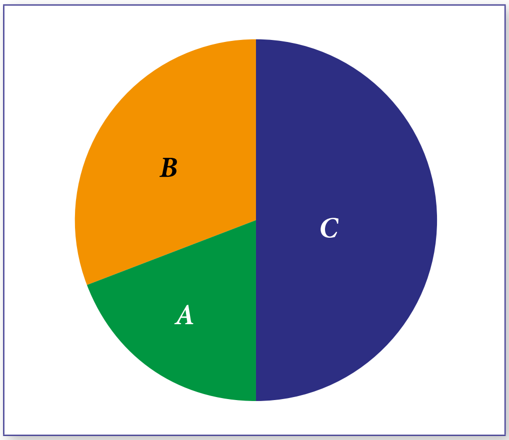
b. ¿Cuántas personas respondieron la pregunta que se planteó?

**5.** **Resuelve** los **problemas**.

**a.** Cada integrante de un equipo de atletismo decidió participar en una sola prueba de un campeonato: 4 lo harán en la de 10 km, 6 en la de 5 km, 5 en la de 1 500 m y 5 en la de 800 m.

- ¿Cuántos alumnos hay en el equipo?
- ¿Qué gráfico circular permite representar la información? Constrúyelo.
- ¿Alguno de los datos representa más del 50 % del total?, ¿cómo lo sabes?

**b.** Tres integrantes. Observen el gráfico.




- **Etapa 1** (individual): Idea una estrategia para averiguar qué porcentaje representa cada región circular.
- **Etapa 2** (individual): Aplica tu estrategia y determina los porcentajes.
- **Etapa 3** (grupal): Calculen, aplicando los porcentajes determinados, los valores de $A$, $B$ y $C$ si $A + B + C = 1\,000$.
- **Etapa 4** (grupal): Comparen sus resultados, evalúen sus estrategias y comuniquen sus conclusiones a sus compañeros.

Páginas 146 a 149.

## Sintetiza

| Comparación de distribuciones | Gráfico de barras dobles | Gráfico circular |
|---|---|---|
| Los **diagramas de tallo y hoja y de puntos** son herramientas estadísticas que permiten **comparar distribuciones** de dos o más conjuntos de datos. | Un **gráfico de barras dobles** representa las categorías asociadas a dos grupos de datos. | Un **gráfico circular** expresa, a través de **porcentajes**, la frecuencia de una categoría respecto del total de datos. |

# ¿Cómo vas?

Desarrolla en tu cuaderno

1. **Construye** el diagrama de puntos que representa la información.

   a. La cantidad de huevos quebrados en 12 bandejas.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| 2 | 0 | 3 | 0 | 0 | 0 |

   b. La cantidad de minutos de atraso de un trabajador en 4 semanas.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 7 | 3 | 4 | 2 | 10 | 3 | 2 | 4 | 11 |
| 2 | 0 | 9 | 0 | 4 | 5 | 12 | 9 | 8 | 6 |

2. **Construye** el diagrama de tallo y hojas que representa la información.

   a. La cantidad diaria de clientes atendidos por una ejecutiva de un banco.

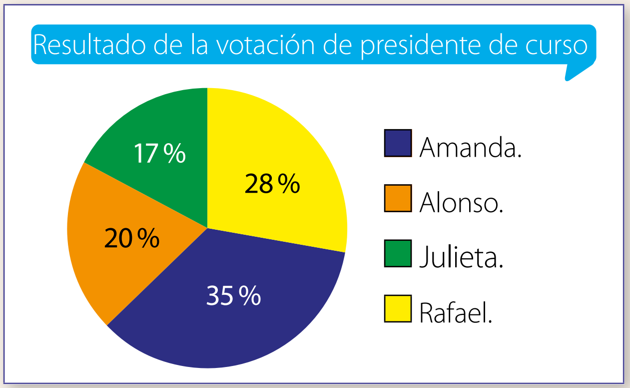
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 18 | 20 | 23 | 17 | 21 | 27 | 21 | 25 |
| 25 | 24 | 17 | 19 | 22 | 20 | 19 | 17 |

   b. La cantidad diaria de libros pedidos en una biblioteca.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 34 | 25 | 32 | 32 | 27 | 28 | 30 | 22 | 30 |
| 20 | 16 | 25 | 28 | 31 | 32 | 34 | 37 | 19 |

3. Lee la información.

El gráfico circular muestra el resultado de la votación para elegir presidente en un curso de 40 alumnos.




**Explica** si las afirmaciones son verdaderas o falsas.

a. Amanda obtuvo la mayor votación.

b. Entre Alonso y Julieta obtuvieron más del 50 % de los votos.

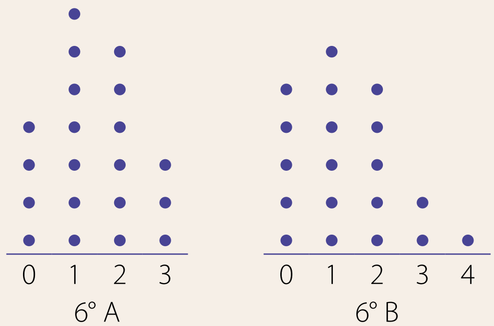
c. Del total de estudiantes, 7 votaron por Julieta.

d. Rafael obtuvo 3 votos más que Alonso.

**4. Resuelve** los **problemas**.

**a.** A continuación, se representa la cantidad de hermanos que tienen los alumnos de dos cursos:

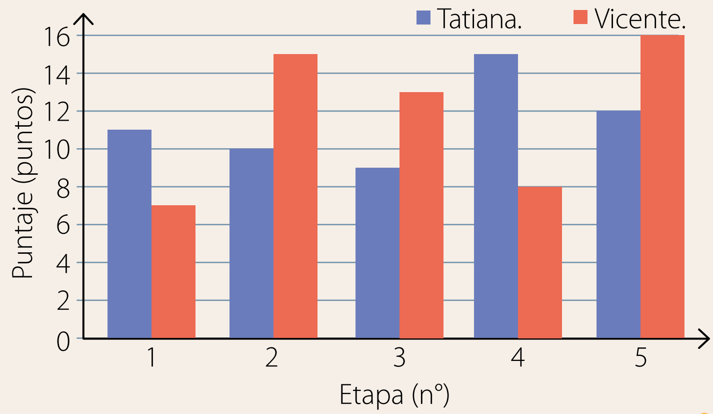
**Cantidad de hermanos en dos cursos**




- ¿Cuántos estudiantes hay en cada curso?
- ¿Cuántos estudiantes de cada curso tienen 1 hermano?
- ¿Es correcto afirmar que en el 6° A hay más alumnos con al menos 1 hermano que en el 6° B?, ¿por qué?

**b.** El gráfico representa el puntaje obtenido por dos amigos en las 5 etapas de un juego.

- ¿Qué título pondrías al gráfico?
- ¿En qué etapa hubo una diferencia mayor de puntaje?
- ¿Cuál de los amigos obtuvo un puntaje total mayor en el juego?




Páginas 150 y 151.

## Retroalimentación

- ¿Pudiste comparar distribuciones de dos grupos?
  - Sí → ¿Cuál fue la clave para conseguirlo?
  - No → Refuerza en las páginas 169 a 173 de tu libro y puedes visitar *https://bit.ly/2xHmCzH*.

- ¿Lograste leer e interpretar la información de gráficos estadísticos?
  - Sí → ¿Qué gráfico pudiste leer con mayor facilidad?, ¿por qué?
  - No → Refuerza en las páginas 174 a 181 de tu libro y puedes visitar *https://bit.ly/3dMS3cs* y *https://bit.ly/2X03lyW*.

Lección 12

# Tendencia de resultados

## Actívate

Angélica fue a un parque con tres amigos. A ella le correspondió llevar las manzanas que se muestran a continuación:

Uno de sus amigos extrajo al azar dos de las manzanas, una tras otra.

**Responde**

1. ¿Qué es más probable en la primera extracción: obtener una manzana roja o una verde?, ¿por qué?
2. Si en la primera extracción obtuvo una manzana roja, ¿qué es más probable en la segunda extracción: obtener una roja o una verde?, ¿por qué?
3. ¿Es posible o imposible que saque dos manzanas verdes?, ¿por qué?

**Reflexiona**

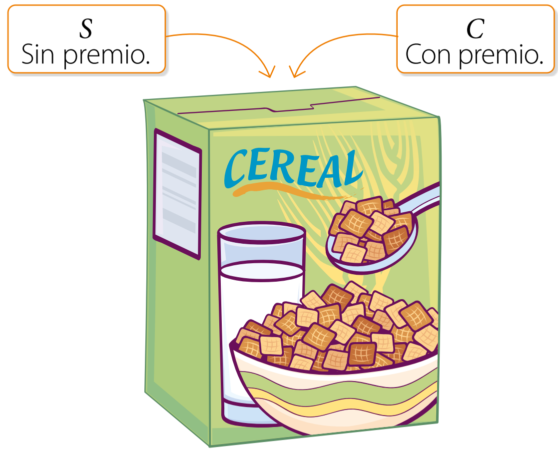
- ¿Crees que comer sano ayuda a vivir mejor?, ¿de qué manera?
- ¿Prefieres las frutas o los dulces?, ¿por qué?

Puedes iniciar con ⟶ *https://bit.ly/2yk4HPY*

# Experimentos aleatorios

Algunas cajas de cereal traen como premio un pocillo con cuchara.

Vicente va a comprar dos cajas, porque afirma que así es seguro que obtendrá un premio.




## Ejemplo 1

**problema**

¿Es correcta la afirmación de Vicente?

1. Define el experimento existente.

   Seleccionar una caja y observar si trae premio o no.

2. Construye un diagrama de árbol. ¿Qué es un diagrama de árbol?

   Los eventos son: $S$: sin premio. $C$: con premio.

   El árbol es el siguiente:

   **Explica** cómo se construyó el árbol.

| Primera caja | Segunda caja |
|---|---|
| $S$ | $S$ |
| | $C$ |
| $C$ | $S$ |
| | $C$ |

**Aprende** *Educación Física y Salud*

El 27 de junio de 2019 entró en vigencia la tercera etapa de la Ley de Alimentos. Busca reducir los nutrientes críticos en ellos.

**Fuente:** *https://bit.ly/34aldy4*

3. Interpreta.

   Al adquirir dos cajas, se definen 4 eventos, que podemos llamar $SS$, $SC$, $CS$ y $CC$. En 2 de ellos se consigue un premio; en 1, dos premios, y en 1, no se consigue ninguno.

4. Responde.

   La afirmación no es correcta, ya que existe la posibilidad de no obtener ningún premio.

- ¿Qué otra estrategia aplicarías tú para evaluar la afirmación de Vicente? **Explica**.

Un experimento es **aleatorio** si al realizarse bajo idénticas condiciones produce resultados diferentes. En él no se puede predecir su resultado, aunque se conocen sus posibles respuestas.

**Reflexiona**

¿Fuiste perseverante durante el aprendizaje?, ¿en qué forma?

## Practica en tu cuaderno

**1.** Define.

**a.** Evento. **b.** Azar. **c.** Aleatorio.

**2. Clasifica** en experimento aleatorio o no aleatorio.

**a.** Lanzar un dado común y observar el número resultante.

**b.** Estimar la cantidad de días lluviosos del siguiente mes.

**c.** Soltar un objeto a 1 m de la superficie de la Tierra y observar si sube o baja.

**d.** Contestar todas las preguntas de una prueba correctamente y observar la nota.

**e.** Extraer una muestra de sangre y medir su temperatura.

**3. Construye** un diagrama de árbol para representar los resultados de:

**a.** lanzar 2 monedas.

**b.** lanzar 3 monedas.

**c.** lanzar 1 dado y 1 moneda.

**d.** extraer con reposición 2 bolitas desde una urna con 1 azul, 1 amarilla y 1 roja.

**4. Resuelve** el **problema**.

En el tablero se define un juego a partir del lanzamiento de una moneda. Si sale cara ($C$), se avanza dos casillas; si sale sello ($S$), se retrocede una.


**a.** ¿Puede afirmarse que este juego es aleatorio?, ¿por qué?

**b.** Un jugador tiene su ficha en la casilla 7. ¿A cuál llegará con la secuencia $C\ S\ S\ C\ S\ C\ C\ C\ S$?

**c.** Un jugador tiene su ficha en la casilla 44. ¿Qué secuencia le permite llegar en forma exacta a la meta ⊗? [Profundización]

Páginas 152 a 154.

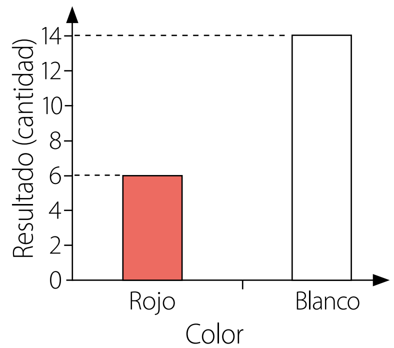
# Repetición de experimentos y tendencia

La ruleta está dividida en partes equivalentes.

Los dueños de un restaurante de comida saludable ofrecen un juego a sus clientes: les piden que elijan uno de los colores de la ruleta de la imagen y la hagan girar. Si aciertan, reciben un almuerzo gratis como premio.

El siguiente gráfico muestra el color obtenido en la ruleta en los primeros lanzamientos:

**Colores obtenidos en lanzamientos de una ruleta**




**Aprende** *Educación Física y Salud*

El 16 de octubre de cada año se celebra el Día Mundial de la Alimentación. Su objetivo es disminuir el hambre y promover una alimentación saludable.

**Fuente:** *https://bit.ly/2UDQ7f2*

## Ejemplo 1

**problema**

**¿Qué color se presenta una fracción mayor de veces respecto del total de lanzamientos?**

1. Representa los datos en una tabla.

| Color | Rojo | Blanco |
|---|---|---|
| Resultado (cantidad) | 6 | 14 |

2. Compara usando fracciones.

| Color | Rojo | Blanco |
|---|---|---|
| Fracción del total | $\frac{6}{20}$ | $\frac{14}{20}$ |

3. Expresa como número decimal cada fracción anterior.

| Color | Rojo | Blanco |
|---|---|---|
| Número decimal | 0,3 | 0,7 |

*¿Cuál es la suma de estos dos números decimales?*

4. Responde.

El color blanco, ya que la fracción que representa la cantidad de veces que se obtuvo el color blanco respecto del número total de lanzamientos es mayor.

- ¿Es aleatorio el juego del restaurante?, ¿cómo lo sabes?
- Al hacer girar la ruleta, ¿tienes más posibilidades de obtener el color rojo o el blanco?

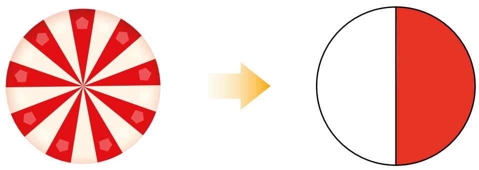
## Ejemplo 2

problema

**Un cliente hace una conjetura y se prepara para hacer girar la ruleta. ¿Es correcto lo que postula?**

1 Define el experimento existente.

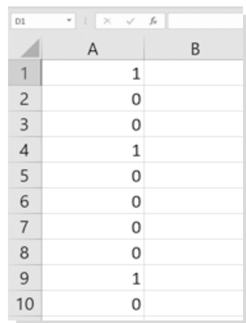
El experimento consiste en hacer girar una ruleta en que las áreas y los perímetros de las superficies roja y blanca son iguales:




2 Simúlalo en una hoja de cálculo.

En Excel, selecciona la fórmula ALEATORIO.ENTRE. Escribe 0 y 1 para los argumentos inferior y superior. Luego, realiza 1, 10, 50, 100, 200 y 500 simulaciones. Un 1 en la simulación representa obtener el color rojo en la ruleta, y un 0, el blanco.

Para 10 simulaciones, los resultados fueron los que se muestran en la planilla.



| | A | B |
|---|---|---|
| 1 | 1 | |
| 2 | 0 | |
| 3 | 0 | |
| 4 | 1 | |
| 5 | 0 | |
| 6 | 0 | |
| 7 | 0 | |
| 8 | 0 | |
| 9 | 1 | |
| 10 | 0 | |

**Explica** qué significa un 0 y un 1 en esta simulación.

3 Representa las simulaciones.

Construye una tabla para los resultados del evento simulado «obtener blanco en la ruleta». En esta simulación, los resultados fueron los siguientes:

| | Simulaciones (n°) | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 10 | 50 | 100 | 200 | 500 |
| **Aciertos (cantidad)** | 0 | 7 | 29 | 49 | 102 | 240 |
| **Fracción del total** | $\frac{0}{1}$ | $\frac{7}{10}$ | $\frac{29}{50}$ | $\frac{49}{100}$ | $\frac{102}{200}$ | $\frac{240}{500}$ |
| **Número decimal** | 0 | 0,7 | 0,58 | 0,49 | 0,51 | 0,48 |

*¿Para qué número de simulaciones los datos se parecen más a los tuyos?*

*¿A qué número se acercan estos valores?*

4 Responde.

Lo que postula no es correcto. La tendencia inicial, que da preferencia al color blanco, va cambiando al ir repitiendo el experimento e iguala las posibilidades de obtener uno u otro color.

- ¿Cuál es la tabla con los resultados del evento «obtener rojo en la ruleta»? **Constrúyela** primero para la simulación del Ejemplo 2, y luego a partir de tu propia simulación.
- ¿Cómo son entre sí los valores de las fracciones respecto del total de simulaciones para uno y otro color en la simulación 500? Redacta una **conclusión** y comunícala a tus compañeros.

Al **repetir muchas veces un experimento aleatorio**, la fracción de veces que se obtiene un evento respecto de la cantidad total de repeticiones tiende a igualarse a un número fijo, que es su **probabilidad teórica**.

**Reflexiona**

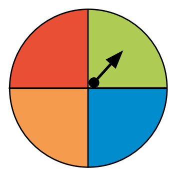
¿Fuiste creativo al realizar las simulaciones?, ¿cómo te ayudó esto?

## Practica en tu cuaderno

1. **Propón** una conjetura para responder.
   - **a.** ¿Qué es más probable que se obtenga al lanzar una moneda: cara o sello?
   - **b.** ¿Cuántas veces se obtendrá cara al lanzar una moneda 2, 10, 100 y 1 000 veces?
   - **c.** ¿Cuántas veces se obtendrá 2 al lanzar un dado normal 6, 12, 60 y 120 veces?

2. **Resuelve** los **problemas**.
   - **a.** La tabla resume los resultados de hacer girar muchas veces la ruleta de la imagen.

| Color | Rojo | Verde | Azul | Naranja |
|---|---|---|---|---|
| Resultado (cantidad) | 92 | 87 | 95 | 86 |



- ¿Cuántas veces se repitió el experimento?
- ¿Cuál es la fracción que indica la cantidad de veces que se obtuvo cada color respecto del número total de lanzamientos?
- ¿Qué número conjeturas que expresa cada valor anterior? Exprésalo como fracción y como decimal. [Profundización]

   - **b.** En la tabla se registran los resultados al lanzar muchas veces un dado normal.

| Dado (resultado posible) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Resultado (cantidad) | 86 | 79 | 70 | 104 | 89 | 72 |

- ¿Cuántas veces se lanzó el dado?
- ¿Qué fracción conjeturas que expresa la probabilidad de obtener cada resultado posible del experimento?, ¿por qué? [Profundización]

Páginas 155 a 159.

## Sintetiza

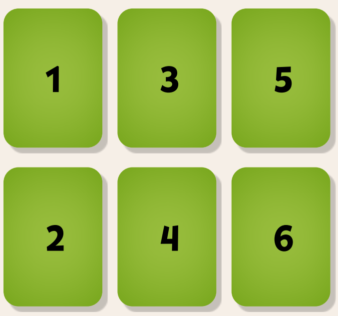
| Experimentos aleatorios | Repetición de experimentos y tendencia |
|---|---|
| Ejemplos de **experimentos aleatorios**:<br>• Lanzar una moneda, ya que puedes obtener cara o sello.<br>• Lanzar un dado normal, ya que puedes obtener 1, 2, 3, 4, 5 o 6. | Al **repetir muchas veces un experimento aleatorio**, la fracción de veces que ocurre un evento respecto de la cantidad total de repeticiones tiende a su **probabilidad teórica**. |

# ¿Cómo vas?

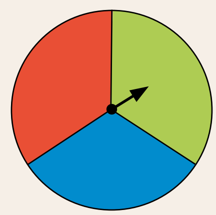
Desarrolla en tu cuaderno

1. **Clasifica** en experimento aleatorio o no aleatorio.
   a. Extraer una bolita de una urna que contiene 3 bolitas azules, y observar su color.
   b. Medir el tiempo de espera en la fila de la caja de un supermercado y registrarlo.
   c. Contar la cantidad de cerámicas cuadradas de 400 $cm^2$ necesarias para cubrir una superficie cuadrada cuyo lado mide 4 m y registrarlo.
   d. Practicar tiro con arco y registrar la cantidad de veces que se acierta al centro de la diana en 10 lanzamientos.

2. **Construye** un diagrama de árbol para representar los resultados de los experimentos.
   a. Extraer al azar dos tarjetas, una tras otra, con reposición.

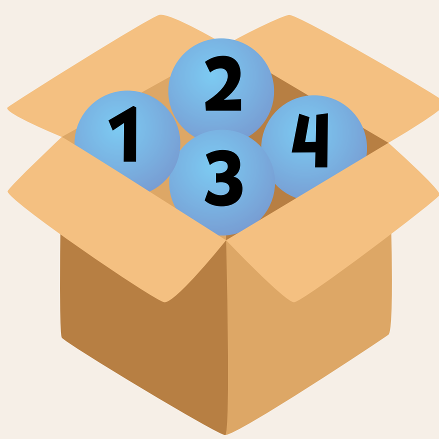



   b. Hacer girar 3 veces la ruleta.



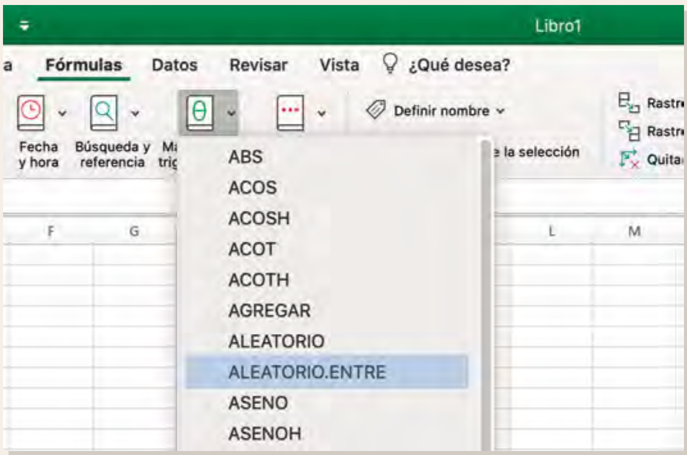
3. **Propón** una conjetura para responder. Escribe la respuesta como fracción y como número decimal.
   a. ¿Qué número expresa la probabilidad de obtener un sello al lanzar una moneda?
   b. ¿Qué número expresa la probabilidad de obtener 4 al lanzar un dado normal?
   c. ¿Qué número expresa la probabilidad de obtener un número par al lanzar un dado normal?

4. **Resuelve** los **problemas**.
   a. De la caja de la imagen se extraen al azar 2 bolitas, una tras otra, con reposición. Luego, se suman sus números.
      - ¿Cuáles son los resultados posibles del experimento?
      - ¿Qué número expresa la probabilidad de lograr una suma igual a 5? [Profundización]

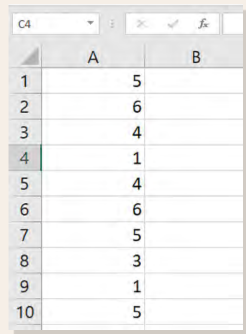


**b.** Tres integrantes.

- **Etapa 1** (individual): Haz una conjetura acerca de la cantidad de veces que se obtendrá 5 al lanzar un dado normal:
  - 2 veces.
  - 10 veces.
  - 50 veces.
  - 100 veces.
- **Etapa 2** (grupal): Simulen el experimento manualmente con un dado y en una hoja de cálculo. En este último caso, ocupen la fórmula ALEATORIO.ENTRE con argumentos 1 y 6.




Ejemplo:




- **Etapa 3** (grupal): Respondan.
  - ¿Cuántas veces salió 5 al simular el experimento 2, 10, 50 y 100 veces en forma manual?, ¿y usando la hoja de cálculo?
  - ¿Para qué cantidad de repeticiones sus conjeturas fueron más acertadas? Redacten una conclusión en conjunto y discútanla con sus compañeros.

Páginas 160 y 161.

## Retroalimentación

¿Lograste identificar y describir experimentos aleatorios?

- Sí → ¿Cómo lo hiciste?
- No → Refuerza en las páginas 185 y 186 de tu libro y puedes visitar https://bit.ly/3dRMGsQ.

¿Tuviste dificultades para conjeturar tendencias en experimentos aleatorios?

- Sí → Refuerza en las páginas 187 a 189 de tu libro y puedes hacer simulaciones en https://bit.ly/2R6XLwa.
- No → ¿Qué elementos fueron importantes para hacer conjeturas?

# ¿Qué aprendiste?

Desarrolla en tu cuaderno

**1.** Describe una situación cuyos datos representarías en un:

**a.** diagrama de puntos.

**b.** diagrama de tallo y hojas.

**c.** gráfico de barras dobles.

**d.** gráfico circular.

**2.** **Explica** qué pasos sigues para leer la información de:

**a.** una tabla de datos.

**b.** un diagrama de puntos

**c.** un diagrama de tallo y hojas.

**d.** un diagrama de árbol.

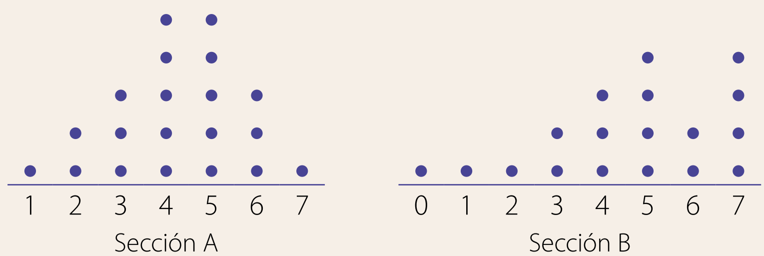
**e.** un gráfico de barras dobles.

**f.** un gráfico circular.

**3.** **Resuelve** los **problemas**.

**a.** Un curso se dividió en dos secciones para rendir una prueba. Los puntajes que obtuvieron fueron los siguientes:

**Puntajes en la prueba**




- ¿Cuántos alumnos tiene cada sección?
- ¿Cuántos alumnos en total obtuvieron menos de 4 puntos?
- ¿En qué sección hay más alumnos que obtuvieron 5 o más puntos?
- ¿Qué sección tuvo mayor promedio?

**b.** En el diagrama se representa la cantidad diaria de correos electrónicos que recibieron dos ejecutivos en un mismo período de tiempo.

**Cantidad de correos**

Viviana

| Tallo | Hojas |
|---|---|
| 1 | 0 0 2 2 4 8 9 |
| 2 | 1 4 8 9 |
| 3 | 0 0 0 0 4 6 6 |
| 4 | 1 5 9 |

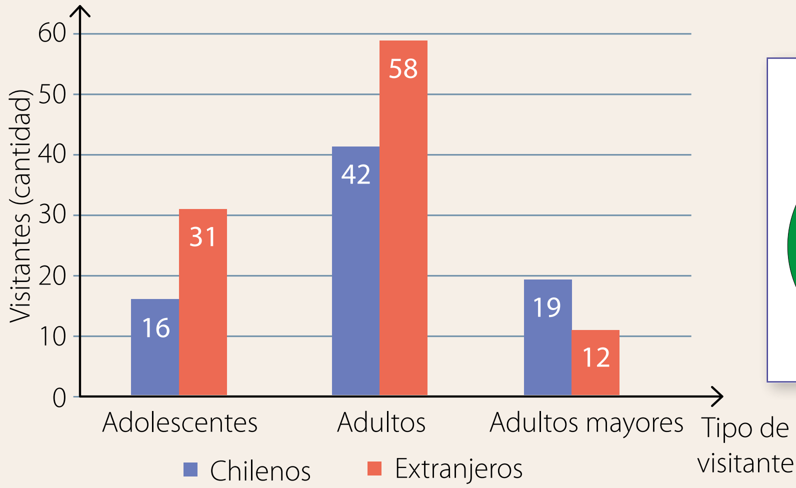
Ramiro

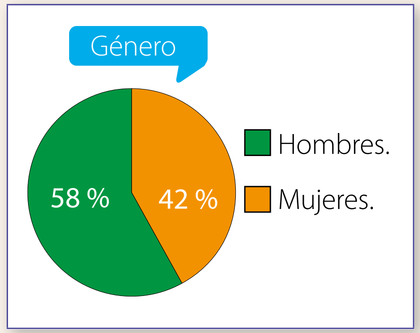
| Tallo | Hojas |
|---|---|
| 1 | 2 2 3 5 7 9 |
| 2 | 1 2 3 4 8 |
| 3 | 1 2 5 5 5 |
| 4 | 0 1 2 3 3 |

- ¿Cuántos días se representan en el diagrama?
- ¿Cuál es la cantidad de correos más frecuente de Viviana?, ¿y de Ramiro?
- ¿Cuántos correos recibieron en total?
- ¿Cuál de los ejecutivos recibió más correos?

**c.** Los visitantes a un parque nacional registran sus datos en la entrada. La información de un mes se representa en los siguientes gráficos:

**Tipo de visitante a un parque nacional según nacionalidad**




- ¿Cuántos visitantes recibió el parque durante ese mes?
- ¿En qué grupo etario hay mayor diferencia entre el número de chilenos y extranjeros?
- ¿Cuántos asistentes son hombres?, ¿y mujeres?

**d.** En un juego se lanzan los dados de la imagen y se suman los números obtenidos. [Profundización]

- ¿Cuáles son todos los resultados posibles?
- Si se repitiera 360 veces el experimento, ¿cuántas veces crees que se obtendría una suma 12?
- ¿Qué fracción expresa la probabilidad de obtener una suma 12?

Páginas 162 y 163.

## Para finalizar Unidad 4

- ¿Cuál fue el contenido más interesante para ti?
- ¿Por qué te interesó más?

- ¿Qué contenido te hubiera gustado practicar más?
- ¿Por qué no lo hiciste?

# Síntesis Unidad 1: Nuestro planeta

## Lección 1: Operaciones, múltiplos y factores

**¿Cómo puedes resolver problemas con números naturales?**

Identificando y relacionando la información relevante y calculando sumas, diferencias, productos y cocientes en forma manual y con calculadora.

**¿Qué son los múltiplos y los factores de un número natural $n$?**

- Sus múltiplos se obtienen multiplicando $n$ por otro número natural.
- Sus factores son números naturales que multiplicados entre sí dan como resultado $n$.

**¿Qué es un número primo?**

Es un número natural que solo es divisible por 1 y por sí mismo.

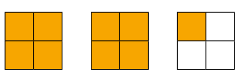
## Lección 2: Fracciones y números mixtos

**¿Cómo expresas números mixtos como fracciones impropias y viceversa?**

- Número mixto como fracción:

$$3\frac{2}{4} = 3 + \frac{2}{4} = \frac{12}{4} + \frac{2}{4} = \frac{12 + 2}{4} = \frac{14}{4}$$

- Fracción como número mixto:

$\frac{9}{4} \rightarrow$ 

$$1 \quad + \quad 1 \quad + \quad \frac{1}{4} = 2\frac{1}{4}$$

**¿Cómo sumas y restas fracciones de distinto denominador y números mixtos?**

- Fracciones de distinto denominador:

$$\frac{3}{2} + \frac{11}{8} - \frac{3}{4} = \frac{12}{8} + \frac{11}{8} - \frac{6}{8} = \frac{17}{8}$$

- Números mixtos:

$$3\frac{1}{3} - 1\frac{5}{6} + 2\frac{3}{4} = \frac{10}{3} - \frac{11}{6} + \frac{11}{4} = \frac{51}{12} = \frac{17}{4}$$

## Lección 3: Números decimales

**¿Cómo multiplicas números decimales?**

Escribiendo los factores sin coma, multiplicando y ubicando la coma decimal en el producto de acuerdo con la cantidad de cifras decimales de los factores.

**¿Cómo divides números decimales?**

Multiplicando por 10, 100, 1 000, etc., para expresar el dividendo y el divisor como números naturales, y luego dividiendo estos números.

## Lección 4: Razones y porcentajes

**¿Qué es una razón?**

Es una expresión que permite comparar dos cantidades mediante su división:

3 : 2 $\longrightarrow$ «Tres es a dos».

**¿Qué utilidad tiene un porcentaje?**

Permite comparar una cantidad respecto de un total, al que se asigna el valor 100:

20 % $\longrightarrow$ «Veinte por ciento».

# Síntesis Unidad 2: La tecnología

## Lección 5: Patrones y lenguaje algebraico

### ¿Para qué sirve un patrón?

Un patrón o regla numérica entre los valores de una tabla puede aplicarse para predecir valores desconocidos:

| Entrada | Salida |
|---|---|
| 2 | 5 |
| 4 | 9 |
| 6 | 13 |
| 8 | $x$ |

En la tabla, se cumple que:

$$5 = 2 \cdot 2 + 1$$
$$9 = 4 \cdot 2 + 1$$
$$13 = 6 \cdot 2 + 1$$

Entonces, si el patrón se conserva, puede predecirse que:

$$x = 8 \cdot 2 + 1 = 17$$

### ¿Cómo puede generalizarse una propiedad?

El lenguaje algebraico permite generalizar propiedades y relaciones entre números.

Ejemplos particulares de la propiedad conmutativa de la adición son los siguientes:

$$2 + 3 = 3 + 2$$
$$5 + 12 = 12 + 5$$

Entonces, definiendo que $a$ y $b$ representan números naturales iguales o diferentes, la propiedad se generaliza de la siguiente manera:

$$a + b = b + a$$

## Lección 6: Ecuaciones

### ¿Qué es una ecuación?

Es una igualdad en que hay uno o más términos desconocidos o incógnitas. Si existe una incógnita, habitualmente se la representa con una $x$.

- Si la suma de 12 y un número desconocido es 100, entonces, la relación puede expresarse a través de la siguiente ecuación:

$$x + 12 = 100$$

- Si la diferencia entre un número desconocido y 129 es 35, la ecuación correspondiente es la siguiente:

$$x - 129 = 35$$

### ¿Cómo resuelves una ecuación?

Determinando su solución, es decir, el valor de la incógnita que hace verdadera la igualdad.

En $x + 12 = 100$, $x = 100$ no es una solución, ya que $100 + 12 = 112 \neq 100$.

Pero, si restas 12 en ambos lados de la igualdad, resuelves la ecuación:

$$x + 12 = 100$$
$$x + 12 - 12 = 100 - 12$$
$$x = 88$$

Entonces, 88 es la solución de la ecuación, ya que:

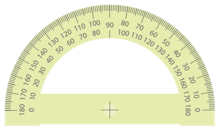
$$88 + 12 = 100$$

# Síntesis Unidad 3: El arte

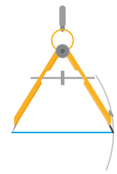
## Lección 7: Construcciones geométricas

¿Qué instrumentos te permiten construir figuras 2D?

- Transportador: te permite medir y representar ángulos.



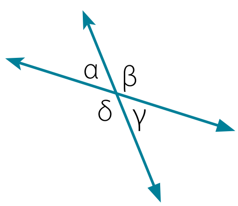
- Compás: te permite dibujar circunferencias y representar la medida de segmentos, entre otros.



## Lección 8: Ángulos

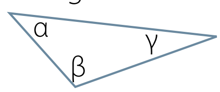
¿Cómo se relacionan los ángulos que se forman al intersecarse dos rectas?

$\alpha = \gamma$
$\beta = \delta$
$\alpha + \beta = 180°$
$\alpha + \delta = 180°$
$\beta + \gamma = 180°$
$\delta + \gamma = 180°$



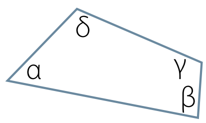

¿Cuánto suman los ángulos interiores de triángulos y cuadriláteros?

- Triángulo:




$\alpha + \beta + \gamma = 180°$

- Cuadrilátero:

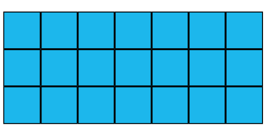



$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$

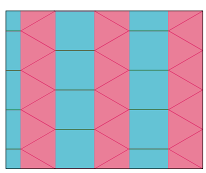
## Lección 9: Teselaciones

¿Qué tipos de teselaciones hay?

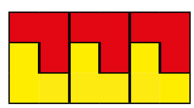
- Regular:



- Semirregular:



- Irregular:



## Lección 10: Área y volumen

¿Cómo calculas el área ($A$) y el volumen ($V$) de cubos y paralelepípedos?

- Cubo de arista $p$:

$$A = 6 \cdot p \cdot p \qquad V = p \cdot p \cdot p$$

- Paralelepípedo cuyos alto, largo y ancho son $p$, $q$ y $r$, respectivamente:

$$A = 2 \cdot (p \cdot q + p \cdot r + q \cdot r) \qquad V = p \cdot q \cdot r$$

# Síntesis Unidad 4: La salud

## Lección 11: Representación de datos

### ¿Cómo puedes comparar diferentes muestras de datos?

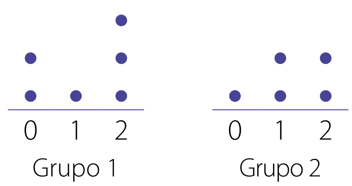
- Leyendo la información de un diagrama de tallo y hojas.

**Valores de los datos**

| Grupo 1 | | Grupo 2 | |
|---|---|---|---|
| Tallo | Hojas | Tallo | Hojas |
| 1 | 0 1 1 | 1 | 2 2 3 |
| 2 | 1 | 2 | 1 2 2 |
| 3 | 2 3 4 5 | 3 | 1 3 |

  - Ambos grupos poseen 8 datos.
  - El promedio del grupo 1 es mayor que el del grupo 2.
- Leyendo la información de un diagrama de puntos.

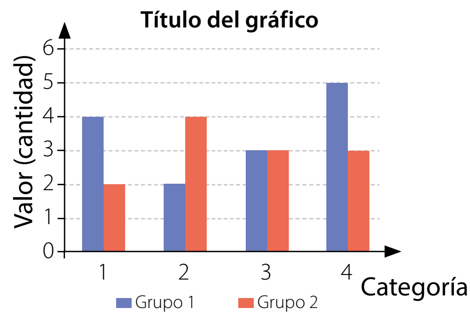
**Valores de los datos**




  - El grupo 2 tiene menos datos que el grupo 1.
  - El valor 2 se repite más en el grupo 1.

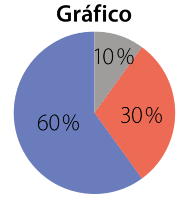
### ¿Cómo interpretas la información de gráficos de barras dobles y circulares?

- En un gráfico de barras dobles, identificando la frecuencia de cada barra.




  - Para la categoría 3, ambos grupos tienen el mismo valor.
  - La diferencia entre los valores en la categoría 1 es 2.
- En un gráfico circular, identificando el porcentaje del sector.
  - El sector azul representa el valor con mayor porcentaje.
  - 1 de cada 10 valores están representados por el sector gris.

**Gráfico**




## Lección 12: Tendencia de resultados

### ¿Qué es un experimento aleatorio?

Es un tipo de experimento que no permite predecir su resultado, ya que depende del azar. Si se repite en idénticas condiciones, pueden verificarse resultados diferentes. Por ejemplo:

- Lanzar una moneda honesta.
- Lanzar un dado.

### ¿Cómo puedes conjeturar acerca del resultado de un experimento aleatorio?

Tras realizar muchas veces un experimento aleatorio, la fracción de veces que ocurre un evento respecto de la cantidad total de repeticiones permite estimar su posibilidad de ocurrencia.

# Glosario

## A

**Aleatorio**
Que no se puede predecir.

**Ángulo**
Porción del plano definida por dos rayos (lados) con un origen común (vértice).

**Ángulo interior**
Ángulo formado por dos lados consecutivos de un polígono y que está en su interior.

**Área**
Medida de una región o superficie.

## C

**Compás**
Instrumento que sirve para dibujar círculos y representar la medida de segmentos, entre otros.

**Conjetura**
Opinión que se basa en indicios o información incompleta.

**Cuadrado**
Cuadrilátero de ángulos interiores rectos y lados de igual longitud.

**Cuadrilátero**
Polígono de cuatro lados.

**Cubo**
Figura 3D formada por 6 cuadrados congruentes y paralelos de a pares, en que las caras adyacentes forman ángulos rectos.

## D

**Diagrama de árbol**
Representación matemática que muestra los resultados posibles de un experimento aleatorio.

**Divisor**
Número natural que divide a otro en forma exacta.

## E

**Ecuación**
Igualdad de dos expresiones algebraicas en que hay valores desconocidos.

**Encuesta**
Procedimiento para recopilar datos relacionados con un tema.

**Evento**
Resultado posible de un experimento aleatorio.

**Expresión algebraica**
Agrupación de números y letras (u otros símbolos) relacionados mediante adiciones o sustracciones.

## F

**Factor**
Término de una multiplicación.

**Fracción impropia**
Su numerador es mayor que su denominador.

**Fracción propia**
Su numerador es menor que su denominador.

**Frecuencia absoluta**
Cantidad de veces que se repite un dato o valor.

## G

**Grado sexagesimal**
Ángulo que se obtiene al dividir la medida angular de una circunferencia en 360 partes iguales.

**Gráfico circular**
Representación gráfica en que cada sector circular representa una frecuencia respecto del total o un porcentaje.

**Gráfico de barras dobles**
Representación gráfica que muestra las frecuencias de dos conjuntos de datos usando barras.

## M

**Mínimo común múltiplo (m. c. m.)**
Menor de los múltiplos comunes de dos o más números naturales.

**Múltiplo**
Número que contiene una cantidad exacta de veces a un número natural dado.

## N

**Número compuesto**
Número que posee más de dos divisores distintos.

**Número mixto**
Número representado por una parte entera y una fraccionaria.

**Número primo**
Número natural distinto de 1 que solo es divisible por 1 y por sí mismo.

## P

**Paralelepípedo**
Figura 3D formada por seis paralelogramos paralelos de a pares en que sus caras opuestas son congruentes.

**Patrón**
Regla que permite relacionar valores y predecirlos.

**Polígono regular**
Polígono en que todos sus lados y ángulos interiores miden lo mismo.

**Porcentaje**
Razón en que el consecuente es 100.

## R

**Razón**
Expresión que permite comparar dos cantidades (antecedente y consecuente) mediante su división.

**Rectas paralelas**
Rectas que conservan su distancia de separación inalterada.

**Rectas perpendiculares**
Rectas que se intersecan formando ángulos de 90°.

## S

**Secuencia**
Lista de elementos que se suceden unos a otros y guardan relación entre sí.

**Solución de una ecuación**
Valor que hace verdadera la igualdad de la ecuación.

## T

**Tabla**
Representación gráfica de datos ordenados.

**Teselación**
Recubrimiento de una superficie plana por medio de figuras, que la cubren completamente sin superponerse ni dejar espacios entre ellas.

**Transformación isométrica**
Transformación de una figura que no varía ni su forma ni su tamaño.

**Transportador**
Instrumento que permite medir ángulos.

**Triángulo**
Polígono de tres lados.

## V

**Variable**
Magnitud que cambia.

**Volumen**
Medida del espacio que ocupa una figura 3D.

# Bibliografía, sitios web y fuentes

## Bibliografía


- Enlaces (2013). *Desarrollo de las habilidades digitales para el siglo XXI: ¿Qué dice el Simce TIC?* Santiago de Chile: LOM ediciones.
- Mineduc (2015). *Diversificación de la enseñanza*. Decreto n.° 83. Santiago: Mineduc.
- Rigo, D. (2014). *Aprender y enseñar a través de imágenes*. ASRI: Arte y sociedad. Revista de investigación, 6.
- Ritchhart, R., Church, M. y Morrison, K. (2014). *Hacer visible el pensamiento. Cómo promover el compromiso, la comprensión y la autonomía de los estudiantes*. Buenos Aires: Paidós.
- Ruiz, M., Meneses, A. y Montenegro, M. (2013). *Calidad de textos escolares para aprender ciencias: habilidades, contenidos y lenguaje académico*. Santiago: Mineduc.
- Swartz, R., Costa, A., Beyer, B., Reagan, R. y Kallick, B. (2013). *El aprendizaje basado en el pensamiento. Cómo desarrollar en los alumnos las competencias del siglo XXI*. Madrid: Universidad de Harvard (s. f.).


## Sitios web y fuentes


- Calculadoras Online: *https://es.calcuworld.com/*
- Currículum nacional: *https://curriculumnacional.mineduc.cl/*
- GeoGebra: *https://www.geogebra.org/*
- Google Maps: *https://www.google.cl/maps*
- Instituto Nacional de Estadísticas: *https://www.ine.cl/*
- Khan Academy: *https://es.khanacademy.org/*
- Ministerio de Educación: *https://www.mineduc.cl*
- Ministerio de las Culturas, las Artes y el Patrimonio: *https://www.cultura.gob.cl/*
- Ministerio de Salud: *https://www.minsal.cl/*
- Ministerio del Deporte: *www.mindep.cl*
- Ministerio del Medio Ambiente: *https://mma.gob.cl/*
- Profesor en línea: *https://www.profesorenlinea.cl/*
- Real Academia Española: *http://www.rae.es*
- Recursos matemáticos Eduteka: *http://www.eduteka.org*
- Unión Europea: *https://ec.europa.eu/*

# Solucionario

## Unidad 1 Nuestro planeta

### Página 7: ¿Qué sabes? Evaluación diagnóstica

1. a. Tienen 48 horas, se multiplica 2 por 24.
   b. Tienen 120 horas, se multiplica 24 por 5.
   c. Tienen 480 horas, se multiplica 24 por 20.
2. Tiene aproximadamente 52,14 semanas, se divide 365 por 7.
3. A la reunión asistieron 467 delegados, se multiplica la cantidad de grupos por la cantidad de integrantes y finalmente se suma.
4. a. $\frac{3}{10}$ de la superficie de la Tierra no está cubierta por agua, se resta a 1 el $\frac{7}{10}$.
   b. La fracción que representa la superficie cubierta por agua, porque tienen igual denominador y su numerador es mayor.
5. a. Hay más nitrógeno, porque 0,78 > 0,21.
   b. 0,01 L no son oxígeno ni nitrógeno, a 1 se le resta la cantidad de oxígeno y de nitrógeno.

## Lección 1: Operaciones, múltiplos y factores

### Página 8

1. 9 playas. 2. 17 voluntarios. 3. 868 kg de frutas.

### Página 9

- *Resolviendo la adición 4 500 + 5 922.*
- *Respuesta variada.*
- *Respuesta variada.*

### Página 10

- 10 422 kg fueron las emisiones de febrero.
- El costo de reducir 1 kg de $CO_2$.
- 4 500 kg fue la reducción de marzo.
- Respuesta variada. Por ejemplo, multiplicar 45 por 8 y agregar tres ceros al resultado.

### Página 11

- *Respuesta variada. Por ejemplo, ventaja: mayor rapidez / desventaja: posible error de tipificación.*
- *Respuesta variada. Por ejemplo, usar una planilla de cálculo.*

1. - Destacar los datos relevantes.
   - Planificar una estrategia.
   - Realizar los cálculos.
   - Responder.
2. a. 21 633 b. 133 310 c. 390 981
3. a. 19 400 g b. 35 000 g c. 118 000 g d. 349 000 g
4. a. Gastó $ 8 150. b. El vuelto fue de $ 1 850.
5. Problema $A$, porque a lo que necesita reunir se le descuenta lo que ya tiene.

### Página 12

- *Sumando 3 al término anterior.*
- Infinitos.

### Página 13

- Se hacen 12 saltos, porque según la regla ambos coinciden en ese día.
- *Coincidirán en marzo por segunda vez el día 24.*
- No siempre coinciden, por ejemplo, el m. c. m. de 2 y 4 es 4 y no 8.

### Página 14

- No se pueden formar más rectángulos.
- Como 12 • 1, 6 • 2 y 4 •.3.
- *Respuesta personal. Por ejemplo recortando 18 cuadrados de papel y formando rectángulos con ellos.*
- *8, de dos formas: 8 • 1 y 4 • 2.*
  *16, de tres formas: 16 • 1, 8 • 2 y 4 • 4.*
  *17, de una forma: 17 • 1.*
  *20, de tres formas: 20 • 1, 10 • 2 y 5 • 4.*

1. a. Múltiplo de un número natural es el producto que se obtiene al multiplicarlo por otro natural.
   b. Factor de un número natural es un término que aparece en su descomposición multiplicativa..
   c. Divisor de un número natural es un número natural que lo divide de forma exacta.
2. a. 9 b. 11 c. 6
3. a. Multiplicando el 5 por: 1, 2, 3, 4, 5, y 6.
   b. Identificando los pares de factores, los cuales corresponden a divisores.
4. a. 1, 2, 3, 4, 5. d. 7, 14, 21, 28, 35.
   b. 2, 4, 6, 8, 10. e. 8, 16, 24, 32, 40.
   c. 6, 12, 18, 24, 30.
5. a. 9 y 1. d. 2 y 15.
   b. 5 y 2. e. 8 y 8.
   c. 9 y 2.
6. a. 6 b. 28 c. 60 d. 90
7. a. Coincidirán por segunda vez a las 07:50.
   b. Coincidirán nuevamente a los 18 minutos.
   c. Como mínimo el juego tiene 24 piezas.
8. Los factores y divisores son iguales.

9. a. Falso, 26 es múltiplo de 2 solamente.
   b. Falso, puede tener factores pares o impares.
   c. Falso, el mínimo es 6.
   d. Falso, 8 tiene 4 divisores: 1, 2, 4 y 8.
10. Afirmación C, porque 6 se puede descomponer en los factores 2 y 3.

## Página 16

- *Respuesta variada. Por ejemplo, anotar los números 1 a 50 y tachar todos los que son múltiplos de números naturales de 2 a 10. Luego, ubicar el séptimo número no tachado.*
- Descomponiendo un número en factores hasta que solo sean números primos.

## Página 17

1. a. Primo. b. Primo. c. Compuesto. d. Compuesto. e. Compuesto. f. Primo.
2. a. 7 • 2 b. 2 • 2 • 2 • 3 c. 2 • 2 • 3 • 3 d. 7 • 7 e. 11 • 3 • 2 f. 2 • 2 • 5 • 7
3. a. Falso, el 2 es un número primo y par.
   b. Verdadero, ya que se pueden dividir por 10.
   c. Falso, hay algunos números que se pueden dividir por 3 o por 9.
   d. Verdadero, corresponde al 37.
4. Las dos están equivocadas, porque el número 1 no es primo ni compuesto.

## Página 18

1. a. 10 527 b. 546 c. 2 339 d. 11 624 e. 64 204 f. 408 g. 270 h. 2 792
2. a. 204 400 b. 8 605 c. 325 224 d. 5 592 924 e. 209 f. 894 g. 8 682 h. 2 827 843 i. 27
3. a. 4, 8, 12, 16 y 20.
   b. 9, 18, 27, 36 y 45.
   c. 12, 24, 36, 48 y 60.
   d. 13, 26, 39, 52 y 65.
   e. 21, 42, 63, 84 y 105.
   f. 30, 60, 90, 120 y 150.
4. Respuestas variadas. Por ejemplo:
   a. 3 y 2 b. 5 y 2 c. 5 y 3 d. 5 y 4 e. 6 y 4 f. 19 y 2
5.
   1°. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.
   2°. Excepto el 2, todos son números impares.
   3°. 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18.
   4°. Los números primos solo tienen como factores el 1 y el mismo número. Los números compuestos tienen 2 o más pares de factores.
6. a. 7 b. 14 c. 6 d. 45 e. 30 f. 84
7. a. 36
   b. (4 · 9 · 12) : 36 = 12.
8. a. Fue entre los años 2015 y 2016.
   b. • Los volverá a tomar a las 07:00.
      • A esa hora habrá tomado: 5 dosis del remedio $A$, 3 dosis del remedio $B$ y 2 dosis del remedio $C$.

## Página 19

c. Alrededor de 170 automóviles.

9. El m. c. m. es 30. Respuesta variada.
10. › Etapa 1: Respuesta variada.
    › Etapa 2: Los factores primos son 2 y 3.
    › Etapa 3: Respuesta variada.

# Lección 2: Fracciones y números mixtos

## Página 20

1. $\frac{9}{20}$ 2. $\frac{11}{20}$ 3. $\frac{48}{100}$

## Página 21

- La fracción será mayor a 1.
- Es una fracción impropia, ya que es mayor que la unidad.

## Página 22

- *Cada rectángulo estaría dividido en 2 partes, donde 3 rectángulos estarían pintados completos y 1 pintado a la mitad. La fracción resultante sería $\frac{7}{2}$.*

## Página 23

1. a. Equivalente a la unidad.
   b. Impropia.
   c. Propia.
   d. Impropia.
   e. Propia.
   f. Equivalente a la unidad.
2. a. $2\frac{1}{2}$ b. $1\frac{1}{7}$ c. $3\frac{3}{9}$ d. $4\frac{2}{15}$ e. $\frac{5}{3}$ f. $\frac{15}{2}$ g. $\frac{49}{11}$ h. $\frac{283}{14}$
3. El número mixto es $2\frac{4}{5}$.
4. a. $\frac{24}{16} = 1\frac{8}{16}$ b. $\frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$ c. $2\frac{2}{6} = \frac{14}{6}$ d. $3\frac{5}{9} = \frac{32}{9}$
5. a. $1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ b. $5\frac{4}{9} = \frac{49}{9}$ c. $4\frac{5}{7} = \frac{33}{7}$ d. $11\frac{1}{11} = \frac{122}{11}$
6. Representan $1\frac{3}{9} = \frac{12}{9}$.

## Página 24

- *La distancia recorrida por Andrea es una fracción impropia, la de Braulio y la de Camila, fracciones impropias.*

## Página 25

- *El número mixto $3\frac{2}{9}$ es equivalente a la fracción impropia $\frac{29}{9}$, ya que se calcula $\frac{9 \cdot 3 + 2}{9} = \frac{29}{9}$.*
- *El ciclista que ha recorrido mayor distancia es Felipe.*
- *Al ubicar esas fracciones en la recta numérica, ocupan la misma posición porque son fracciones equivalentes.*

## Página 26

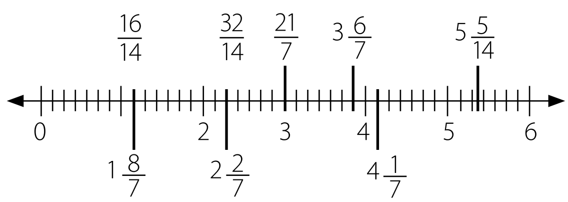
- *A $\frac{1}{3}$ y $1\frac{1}{6}$.*
- *Es mayor la fracción $\frac{21}{15}$.*
- *Cuando los denominadores no son múltiplos de un mismo número. Por ejemplo, para comparar $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ hay que amplificar por 4 la primera fracción y por 3 la segunda.*

## Página 27

**1. a.** $A = \frac{1}{5}$, $B = 4$, $C = \frac{12}{5}$, $D = \frac{24}{5}$ y $E = \frac{8}{5}$.

**b.** Respuestas variadas. Por ejemplo, $A$ es menor que $B$, que $C$, y que $D$.

**2.**




**3. a.** $R = \frac{15}{8}$, $P = \frac{11}{4}$, $S = \frac{7}{2}$ y $Q = \frac{33}{8}$.

**b.** Claudio: Falso, la distancia entre $R$ y $P$ es $\frac{7}{8}$ y entre $P$ y $S$ es $\frac{6}{8}$.
Alexis: Verdadero, la fracción se amplifica por 2.
Viviana: Falso, es igual a $\frac{30}{16}$.

## Página 28

- La adición.
- Amplificando por 3 la segunda fracción y por 2 la tercera se igualan a 12 los denominadores y se obtiene $\frac{54}{12}$.
- *$\frac{54}{12} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$*
- *El m. c. m. es 12 y el resultado es $\frac{54}{12}$.*

## Página 29

- La sustracción.
- *No es irreducible, ya que se puede simplificar por 2.*
- *A $3\frac{2}{12} = 3\frac{1}{6}$.*
- *$\frac{5}{4}$.*
- *$\frac{27}{20}$.*

## Página 30

- $\frac{9}{4} + \frac{8}{5}$
- *Respuesta personal.*
- *Faltan $\frac{3}{20}$ sets.*

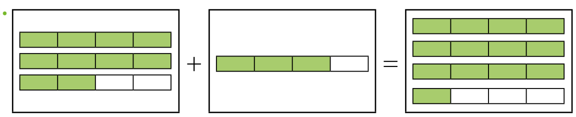
## Página 31

- Sumar todos los lados del rectángulo, o bien, duplicar la suma entre su base y altura.
- A $11\frac{1}{4}$.
- Se suma el número entero con la parte entera del número mixto y se mantiene la parte fraccionaria.
- *Respuesta variada.*
- *$\frac{15}{4} + \frac{15}{4} + \frac{45}{8} + \frac{45}{8} = \frac{150}{8} = \frac{75}{4}$*
- *$7\frac{1}{2}$.*

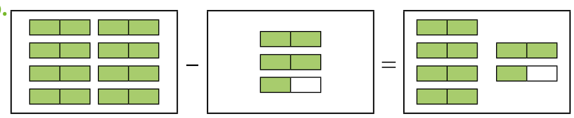
## Página 32

**1.**

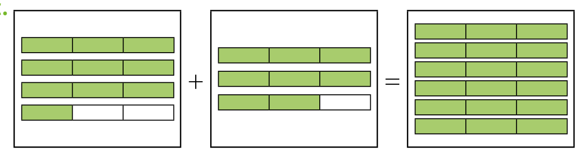
**a.**



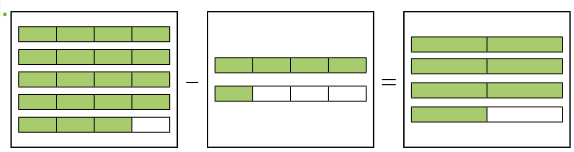

**b.**




**c.**




**d.**




**2.** El mcm se encuentra buscando el menor de los múltiplos del 2 y del 6, que es 6.

**3.** El mcm es 30.

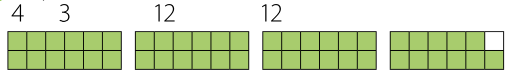
**4. a.** $\frac{40}{24}$ **b.** $\frac{27}{24}$ **c.** $\frac{96}{24}$ **d.** $\frac{130}{24}$

**5. a.** $\frac{37}{4}$ **d.** $\frac{95}{18}$ **g.** $\frac{22}{15}$

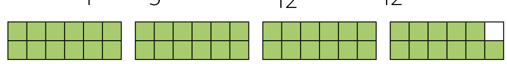
**b.** $\frac{65}{8}$ **e.** $\frac{428}{80}$ **h.** $\frac{37}{6}$

**c.** $\frac{141}{22}$ **f.** $\frac{19}{4}$ **i.** $\frac{124}{21}$

**6. a.** $\frac{9}{4} + \frac{5}{3} = \frac{9 \cdot 3 + 5 \cdot 4}{12} = \frac{47}{12}$



**b.** $2\frac{1}{4} + 1\frac{2}{3} = 3 + \frac{3 + 2 \cdot 4}{12} = 3\frac{11}{12}$



c. Sí, solo están escritas de forma distinta.

7.

a. El error es sumar directamente los numeradores y los denominadores. El resultado correcto es $\frac{17}{6}$.

b. El error es escribir como número mixto una multiplicación. El resultado correcto es $\frac{12}{7}$.

c. El error es al intentar amplificar por 5 el segundo sumando, solo multiplicar el denominador. El resultado correcto es $\frac{86}{15}$.

d. El error ocurre al intentar restar dos números mixtos restando por separado las partes entera y las fraccionarias. El resultado correcto es $1\frac{25}{42}$.

## Página 33

8. a. Como mínimo necesita $\frac{361}{3}$ cm $= 120\frac{1}{3}$ cm.

b. Debe recortar 5 cm de la base y $\frac{28}{5}$ cm de la altura.

9. a. Ejemplo de respuesta: $1 + \frac{1}{4}, \frac{8}{4} - \frac{3}{4}$.

b. Ejemplo de respuesta: $1 + 1\frac{1}{11}, \frac{40}{11} - \frac{17}{11}$.

c. Ejemplo de respuesta: $2\frac{1}{7} + 1\frac{5}{7}, 5\frac{5}{7} - \frac{13}{7}$.

d. Ejemplo de respuesta: $5 + 2\frac{3}{12}, \frac{45}{6} - \frac{1}{4}$.

10. a. $\frac{13}{4}$  b. $\frac{44}{60}$  c. $\frac{61}{10}$  d $\frac{169}{42}$

## Página 34

1. a. Fracción donde el numerador es mayor que el denominador. Ejemplo de respuesta: $\frac{7}{3}$.

b. Es un número que tiene una parte entera y una parte fraccionaria. Ejemplo de respuesta: $3\frac{1}{2}$.

2. Por ejemplo: en una fracción impropia el numerador es mayor que el denominador, mientra que en una propia, el numerador es menor que el denominador; y el valor de una fracción impropia es mayor 1, mientras que el de una fracción propia es menor que 1.

3. a. Por ejemplo, resolver $10 + \frac{4}{5} = \frac{54}{5}$.

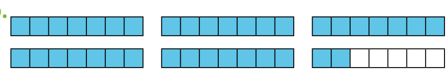
b. Representando con regiones e identificando el número mixto equivalente. En este caso, $3\frac{3}{6} = 3\frac{1}{2}$.

4. a. $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}$

b. $\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}$

5. a. Por ejemplo, recortando seis rectángulos, dividiendo uno en 7 partes iguales y retirando 5 de esas partes.

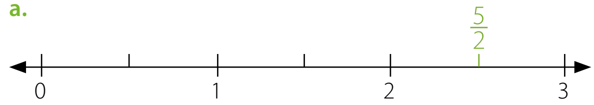
b.



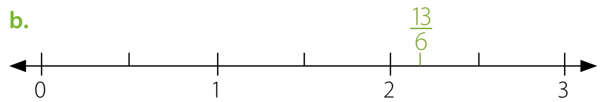
c. $5\frac{2}{7}$

6.

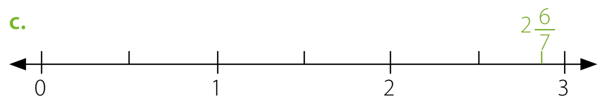
a.



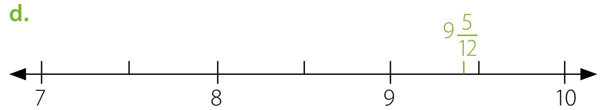

b.




c.




d.




7.

a. $\frac{17}{4}$  d. $\frac{7}{60}$  g. $\frac{1}{10}$

b. $\frac{21}{8}$  e. 1  h. $\frac{318}{60}$

c. $\frac{7}{6}$  f. 11  i. $\frac{161}{15}$

8. Respuestas variadas.

a. Transformando el número mixto en fracción y sumando fracciones de igual denominador.

b. Transformando ambos términos en fracciones, amplificando por 2 el minuendo y restando dos fracciones de igual denominador.

c. Transformando los tres términos en fracciones, amplificando para igualar los denominadores y resolviendo las operaciones con fracciones de igual denominador.

9.

a. $1\frac{1}{2}$  e. $1\frac{2}{4}$

b. $1\frac{1}{3}$  f. $2\frac{2}{5}$

c. $1\frac{2}{4}$  g. $3\frac{3}{7}$

d. $2\frac{2}{5}$  h. $1\frac{3}{9}$

## Página 35

10. a. Se ubica en $A = 4\frac{1}{6}$ y en $B = 5\frac{3}{7}$.

b. • Miden $\frac{51}{5}$ cm y $\frac{104}{25}$ cm, respectivamente.

• La barra mide $\frac{614}{25}$ cm.

## Lección 3: Números decimales

### Página 36

1. Se representan por 0,3 y 0,7, respectivamente.
2. 0,7 es mayor.
3. Suman 1.

### Página 37

- Resolviendo las multiplicaciones $0,3 \cdot 8$ o $1,2 \cdot 2$.
- La fracción $\frac{12}{10} = \frac{6}{5}$.

### Página 38

- *Se multiplica 18 por 100, luego en el producto se ubica la coma de forma que determine dos cifras decimales: 18,00.*
- *La masa total es 1,8 kg.*

### Página 40

**1. a.** Veinticinco centésimos.

**b.** Ciento setenta y dos milésimos.

**c.** Un entero y cinco centésimos.

**d.** Veintiún enteros y novecientos sesenta y cinco milésimos.

**2. a.** $\frac{6}{10}$ **b.** $\frac{33}{100}$ **c.** $\frac{245}{100}$ **d.** $\frac{14\,071}{1\,000}$

**3. a.** 0,1 + 0,1 + 0,1

**b.** 0,9 + 0,9 + 0,9 + 0,9 + 0,9

**c.** 0,45 + 0,45 + 0,45 + 0,45 + 0,45+ 0,45

**d.** 2,125 + 2,125 + 2,125 + 2,125 + 2,125 + 2,125 + 2,125 + 2,125

**4.** Deberían llegar a los mismos resultados.

**a.** 0,4 **b.** 1,2 **c.** 3,5 **d.** 4,8

**5. a.** 0,5 • 0,7 **b.** 0,1 • 0,5

**6. a.** 1 **d.** 7 **g.** 27,2

**b.** 1,6 **e.** 100 **h.** 0,195

**c.** 12 **f.** 12 **i.** 6,5846

**7. a.** 0,1; 1; 10; 100.

**b.** 0,01; 0,1; 1; 10.

**c.** 0,001; 0,01; 0,1; 1.

Regularidad: se mueve la coma a la derecha la cantidad de ceros que tenga el múltiplo de 10.

### Página 41

**8. a.** 40 **b.** 9 **c.** 23 **d.** 70

**9. a.**
- Equivalen a 5,08 cm.
- Equivalen a 12,7 cm.
- Equivalen a 25,4 cm.

**b.**
- Equivalen a 0,9 kg.
- Equivalen a 4,5 kg.

**c.** Largo: 3 m y ancho: 2,1 m.

### Página 42

- La división.
- Dividendo, divisor y cociente.
- Se quiere saber cuánto se pierde en un cuarto de hora, por lo tanto, la hora se divide en 4 partes.
- *Por ejemplo, recortar 4 rectángulos con 10 cuadrados cada uno y en cada uno pintar 2 cuadrados. Al agruparlos se representa el 0,8 y al separarlos cada uno representa 0,2.*
- *Es 0,8, porque la multiplicación entre el cociente y el divisor más el resto es igual al dividendo.*

### Página 43

- La cantidad de agua que se pierde en 6 minutos.
- Por ejemplo, cada uno de los términos del dividendo se divide por 10 hasta llegar al final con resto 0.
- *Respuestas variadas. Por ejemplo, dividir en 10 partes iguales el intervalo entre 0 y 0,8.*
- *Se mueve la coma a la derecha la cantidad de ceros que tenga el múltiplo de 10.*
- Se puede estimar dividiendo 28 por 12.
- *2,34 • 12*

### Página 44

- Porque el número con más cifras decimales tiene 3.
- *Se obtendría el mismo resultado.*
- *Por ejemplo, multiplicando 2,4 • 1,77.*

### Página 45

- Representan el crecimiento del árbol cada mes.
- El resultado es correcto.
- *Respuesta variada.*
- *Se podría sumar el promedio mensual (0,135 m) a la altura del árbol el 30 de junio (0,765 m).*

### Página 46

**1. a.** Por ejemplo, dividir el intervalo entre 0 y 0,18 en 3 partes iguales, cada una de 0,06.

**b.** Por ejemplo, multiplicar el dividendo y el divisor por 100 para obtener la división 435 : 500 = 0,87.

**c.** Por ejemplo, multiplicar el dividendo y el divisor por 1 000 para obtener la división 1 548 : 6 000 = 0,258.

**2. a.** 0,2 **b.** 0,4 **c.** 1,2

**3. a.** 0,1 **b.** 1,3 **c.** 0,08

**4. a.** 0,1 **b.** 0,3 **c.** 0,4

**5. a.** 0,2 **d.** 0,062 **g.** 2,24

**b.** 0,4 **e.** 0,0535 **h.** 2,1

**c.** 0,6 **f.** 0,12 **i.** 0,54

**6. a.** 1,2 **b.** 3 **c.** 0,4

**7. a.** 0,1; se resolvería de izquierda a derecha y daría el mismo valor.

**b.** 0,09; se resolvería de izquierda a derecha y daría el mismo valor.

**c.** 1,25; se resolvería de izquierda a derecha; es decir, 0,25: 1,4 y ese resultado se dividiría por 7; dando un valor distinto.

## Página 47

**8. a.** Corresponde a 0,98.

**b.** • 0,875 • 1,875 • 0,47 • 2,5

**c.** Cada capítulo dura: 1,025 h, 0,45 h y 0,29 h, respectivamente.

**9.** Matías está en lo correcto, ya que como se dividió el dividendo por 10, también el cociente quedó dividido por 10. Sebastián se equivoca.

## Página 48

**1. a.** 0,3 • 2 **c.** 10,06 • 3

**b.** 0,24 • 4 **d.** 3,2 • 6

**2. a.** 0,5 + 0,5 + 0,5.

**b.** 0,33 + 0,33.

**c.** 1,52 + 1,52 + 1,52 + 1,52 + 1,52 + 1,52.

**d.** 12,8 + 12,8 + 12,8 + 12,8 + 12,8.

**3. a.** Respuesta variada. Por ejemplo, multiplicar por 100 la razón para eliminar las comas y luego dividir.

**b.** Respuesta variada. Por ejemplo, multiplicar por 1 000 la razón para eliminar las comas y luego dividir.

**c.** Respuesta variada. Por ejemplo, multiplicar por 1 000 la razón para eliminar las comas y luego dividir.

**4. a.** 2,8 **b.** 0,4

**5. a.** 0,6 **b.** 6 **c.** 0,3 **d.** 0,8

**6. a.** 1,2 **c.** 3,6 **e.** 0,4 **g.** 0,4

**b.** 4,2 **d.** 11 **f.** 0,15 **h.** 0,7

**7. a.** 0,5 **d.** 190 **g.** 2,54815 **j.** 0,131

**b.** 2,1 **e.** 1,08 **h.** 0,4 **k.** 0,0014

**c.** 0,39 **f.** 0,65 **i.** 0,89 **l.** 1,3294

**8. a.** 37,6 **b.** 9 **c.** 0,378 **d.** 0,0285

**9.** Respuestas variadas.

## Página 49

**10. a.** • El perímetro de una casilla es 13 cm, el perímetro del tablero es 104 cm.

• El área de una casilla es de 10,5625 $cm^2$ y la del tablero es de 676 $cm^2$.

• El perímetro del trozo de madera que contiene al tablero es de 114,8 cm.

**b.** • Largo: 3,2 cm; ancho: 3,2 cm; alto: 1,92 cm

• Largo: 6,4 cm; ancho: 3,2 cm; alto: 1,92 cm

**c.** • Figura derecha: largo de 16 cm; ancho de 3,2 cm y alto de 9,65 cm.

Figura izquierda: largo de 6,4 cm; ancho de 12,8 cm y alto de 7,72 cm.

## Lección 4: Razones y porcentajes

## Página 50

**1.** África: $\frac{2}{10}$ Asia: $\frac{1}{10}$ Oceanía: $\frac{0}{10}$

América: $\frac{2}{10}$ Europa: $\frac{5}{10}$;

**2.** África: 0,2 Asia: 0,1 Oceanía: 0

América: 0,2 Europa: 0,5

**3.** Suman 1.

## Página 52

- *La razón es 3 : 1. Se diferencian en que sus términos aparecen intercambiados.*

## Página 53

- *Por ejemplo:*
  - *La razón entre el número total de figuras y el número de círculos es 15 : 6.*
  - *La razón entre el número total de figuras y el número de estrellas es 15 : 9.*

## Página 55

**1. a.** A: 4 y C: 5 **c.** A: 3 y C: 7

**b.** A: 7 y C: 1 **d.** A: 15 y C: 100

**2.** El consecuente de la primera es el antecedente de la segunda; y su antecedente, el consecuente de la segunda.

**3. a.** 3 : 4

**b.** 4 : 7

**c.** 7 : 4

**d.** 4 : 18

**e.** 18 : 3

**f.** 3 : 4 : 7

**4. a.** Por ejemplo, 3 : 5, 3 : 8 y 5 : 8.

**b.** Por ejemplo, 5 : 1, 5 : 6 y 1 : 6.

**c.** Por ejemplo, 4 : 3, 4 : 7 y 3 : 7.

**d.** Por ejemplo, 4 : 9, 3 : 9 y 2 : 9.

**5. a.** Amplificando por 2. **c.** Simplificando por 4.

**b.** Simplificando por 2. **d.** Amplificando por 5.

**6. a.** Por ejemplo, 4 : 2, 6 : 3 y 8 : 4.

**b.** Por ejemplo, 2 : 8, 3 : 12 y 4 : 16.

**c.** Por ejemplo, 6 : 4, 9 : 6 y 12 : 8.

**d.** Por ejemplo, 18 : 12, 27 : 18 y 3 : 2.

**e.** Por ejemplo, 1 : 2, 2 : 4 y 8 : 16.

**f.** Por ejemplo, 4 : 2, 6 : 3 y 8 : 4.

**g.** Por ejemplo, 2 : 3, 4 : 6 y 24 : 36.

**h.** Por ejemplo, 15 : 5, 3 : 1 y 150 : 50.

**7. a.** Por ejemplo, por cada 3 elementos de un conjunto hay 3 de otro.

**b.** Por ejemplo, por cada 6 elementos de un conjunto hay 5 de otro.

**c.** Por ejemplo, por cada 10 elementos de un conjunto hay 4 de otro.

**d.** Por ejemplo, por cada 12 elementos de un conjunto hay 4 de otro.

**e.** Por ejemplo, por cada 1 elemento de un conjunto hay 2 de otro.

**f.** Por ejemplo, por cada 14 elementos de un conjunto hay 4 de otro.

**g.** Por ejemplo, por cada 7 elementos de un conjunto hay 1 de otro.

**h.** Por ejemplo, por cada 10 elementos de un conjunto hay 100 de otro.

## Página 56

**8. a.** • La razón es 2 : 4.
- Se necesitan 8 tazas de harina y 4 de leche.
- Se necesitan 16 tazas de harina y 8 de leche.

**b.** • La razón es 6 : 4.
- La razón es 2 : 10.
- Un estudiante tendrá 18 hrs de matemática.
- Tendrá 152 hrs de Ciencias Naturales.

**c.** • La razón es 5 : 7.
- Hay 15 teclas negras y 21 blancas.
- Hay 25 teclas negras y 35 blancas.
- Hay 36 teclas negras y 52 blancas.

## Página 57

**d.** • 30 : 90
- 1 : 3
- 60 vueltas.
- 10 vueltas.
- 300 vueltas.
- 3 s
- 270 s
- 1 350 s
- 45 s

**9.** La segunda afirmación, porque al multiplicar o dividir la razón por un mismo número se mantiene la equivalencia.

**10.** Por ejemplo, en el grupo 1: 3 : 2, 2 : 2 y 2 : 7; y en el grupo 2: 1 : 2; 1 : 1 y 6 : 2.

**a.** En el grupo 2.

**b.** Se deben agregar 7 arándanos.

**c.** Se deben agregar 5 moras.

## Página 58

▸ Cada parte representa 1 kg de desechos.
- *Respuestas variadas. Por ejemplo, 3 rectángulos de un color y 10 de otro.*
- $\frac{30}{100}$ *y 0,3. Cada 100 kg de desecho se forman 30 kg de compost.*

## Página 59

- *La razón se lee "30 es a 100".*
- *Por ejemplo, 3 : 10; 90 : 300 y 60 : 200.*

▸ El 70 % de los desechos no se transforman en compost.

▸ Se puede leer "tres decimos".
- *Resolviendo la división entre 30 y 100.*
- *Se expresa como* $\frac{50}{100}$ *y 0,5.*

## Página 60

▸ Para obtener el consecuente 20.
- *¿Qué porcentaje de masa de los desechos orgánicos obtendrá como compost?*
- *Por ejemplo, calculando el valor de las razones 30 : 100 y 6 : 20 y constatando que para ambas es 0,3.*

▸ Multiplicar el 20 por 30 y dividir por 100.
- *Se debe multiplicar* $a$ *por* $b$ *y el producto dividirlo por 100.*
- *Es 14. Se multiplica 70 por 20 y se divide por 100.*

## Página 61

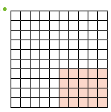
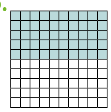
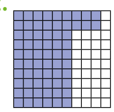
▸ Se divide por 5 para simplificar la razón y se multiplica por 3 para obtener el antecedente 18.
- *¿De cuántos kg de desechos orgánicos 18 kg es su 30%?.*
- *Multiplicando los kg obtenidos por 30%.*

▸ El resultado es 18.
- *Multiplicar* $c$ *por 100 y dividirlo por* $a$*.*
- *Es 42. Se multiplica 70 por 60 y se divide por 100.*

## Página 62

**1.** Es una expresión que representa una cantidad como una razón con consecuente 100.

**2. a.** 25 % **b.** 64 %

**3. a.**

**b.**

**c.**


**4. a.** 1 : 100; $\frac{1}{100}$; 0,01

**b.** 5 : 100; $\frac{1}{20}$; 0,05

**c.** 12 : 100; $\frac{3}{25}$; 0,12

**d.** 25 : 100; $\frac{1}{4}$; 0,25

**e.** 40 : 100; $\frac{2}{5}$; 0,4

**f.** 55 : 100; $\frac{11}{20}$; 0,55

**g.** 75 : 100; $\frac{3}{4}$; 0,75

**h.** 85 : 100; $\frac{17}{20}$; 0,85

**i.** 92 : 100; $\frac{23}{25}$; 0,92

**5. a.** Escribiendo la razón 4 : 10, y multiplicando sus términos por 10 para obtener 40 : 100, es decir, 40 %.

**b.** Escribiendo la razón 7 : 20, y multiplicando sus términos por 5 para obtener 35 : 100, es decir, 35 %.

**6. a.** 8 **b.** 25 **c.** 8 **d.** 12 **e.** 80 **f.** 10 **g.** 6 **h.** 32 **i.** 45

**7. a.** 80 **b.** 40 **c.** 25 **d.** 16

**8. a.** 25 %, $\frac{1}{4}$, 0,25 **b.** 50 %, $\frac{1}{2}$, 0,5 **c.** 75 %, $\frac{3}{4}$, 0,75

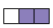
## Página 63

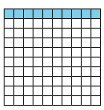
**9. a.** • Infantil: 12 : 100
Juvenil: 24 : 100
Historia: 21 : 100
Ciencia: 27 : 100
• Infantil: 12%
Juvenil: 24%
Historia: 21%
Ciencia: 27%
• Por cada 100 libros, hay 12 infantiles, 24 juveniles, 21 de historia y 27 de ciencia.

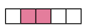
**b.** • Un 2 % corresponde a otro sector.
• 113 910,8 Tcal a la Industria y Minería.
102 519,72 Tcal al Transporte.
62 650,94 Tcal al Sector Comercial.
5 695,54 Tcal a otro sector.

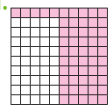
**10.** Lo que afirma cada niña es verdadero.

## Página 64

**1. a.** 

**b.** 

**c.** 

**d.** 

**2. a.** 1 es a 3. Por ejemplo, 2 : 6, 3 : 9 y 4 : 12.
**b.** 2 es a 7. Por ejemplo, 4 : 14, 6 : 21 y 8 : 28.
**c.** 42 es a 16. Por ejemplo, 21 : 8, 84 : 32 y 126 : 48.
**d.** 8 es a 5. Por ejemplo, 16 : 10, 24 : 15 y 32 : 20.

**3. a.** 30 % **b.** 12 % **c.** 40 % **d.** 27 %

**4. a.** 2 : 100; $\frac{1}{50}$; 0,02 **c.** 30 : 100; $\frac{3}{10}$; 0,3
**b.** 4 : 100; $\frac{1}{25}$; 0,04 **d.** 65 : 100; $\frac{13}{20}$; 0,65

**5. a.** 2 **c.** 24 **e.** 380 **g.** 45
**b.** 25 **d.** 96 **f.** 123 **h.** 217

**6. a.** De 40. **b.** De 200. **c.** 50 **d.** 80

**7. a.** 40 %. Por ejemplo, amplificando por 20 para obtener denominador 100.
**b.** 30 %. Por ejemplo, como fracción y amplificando por 10 para obtener denominador 100.
**c.** 28 %. Por ejemplo, amplificando por 4 para obtener denominador 100.
**d.** 80 %. Por ejemplo, como fracción y amplificando por 10 para obtener denominador 100.

**8. a.** 75 **b.** 90 **c.** 40 **d.** 40

**9.** Respuestas variadas.

## Página 65

**10. a.** • Plantan 8 árboles.
• Plantan 32 árboles.
• En 2 días.
• En 15 días.
**b.** • 38 unidades de residuos.
• 72 000 unidades de residuos.
• 5 040 000 toneladas de residuos.

## Página 66

**1. a.** 700 **d.** 6 966 **g.** $\frac{39}{14}$ **j.** 0,048
**b.** 43 470 **e.** 1 **h.** $1\frac{11}{36}$ **k.** 12,29
**c.** 638 **f.** $5\frac{13}{20}$ **i.** 5,4 **l.** 0,825

**2. a.** 11 830 567 **b.** 86 992 **c.** 59 967

**3. a.** Por ejemplo, 22, 33 y 44. **c.** Por ejemplo, 38, 57 y 76.
**b.** Por ejemplo, 30, 45 y 60. **d.** Por ejemplo, 70, 105 y 140.

**4. a.** 21 **b.** 60 **c.** 60 **d.** 180

**5. a.** 3 • 2 **c.** 3 • 2 • 7 • 2
**b.** 7 • 2 • 2 **d.** 5 • 5 • 2 • 2

**6. a.** Primo **c.** Primo
**b.** Compuesto **d.** Compuesto

**7.** Porque tiene 4 divisores: 1, 3, 11 y 33.

**8. a.** $\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$ **b.** $\frac{36}{10} = 3\frac{6}{10}$

**9.** $D$: $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$ $F$: $\frac{17}{8} = 2\frac{1}{8}$
$E$: $\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$ $G$: $\frac{20}{8} = 2\frac{4}{8}$

**10. a.** Por ejemplo 3 : 7 y 3 : 10.
**b.** Por ejemplo 4 : 2 y 3 : 9.

## Página 67

**11. a.** Por ejemplo, amplificando por 2, 3 y 4 se obtiene 4 : 20, 6 : 30 y 8 : 40.
**b.** Por ejemplo, amplificando por 2, 3 y 4 se obtiene 2 : 6, 3 : 9 y 4 : 12.
**c.** Por ejemplo, amplificando por 2, 3 y 4 se obtiene 8 : 10, 12 : 15 y 16 : 20.
**d.** Por ejemplo, amplificando por 2, 3 y 4 se obtiene 28 : 8, 42 : 12 y 56 : 16.
**e.** Por ejemplo, amplificando por 2, 3 y 4 se obtiene 24 : 10, 36 : 15 y 48 : 20.
**f.** Por ejemplo, amplificando por 2, 3 y 4 se obtiene 50 : 60, 75 : 90 y 100 : 120.
**g.** Por ejemplo, amplificando por 2, 3 y 4 se obtiene 80 : 100, 120 : 150 y 160 : 200.
**h.** Por ejemplo, amplificando por 2, 3 y 4 se obtiene 1 700 : 170, 2 550 : 255 y 3 400 : 340.

**12. a.** 1 **c.** 10 **e.** 600 **g.** 9
**b.** 14 **d.** 12 **f.** 8 500 **h.** 80

**13. a.** • Gastará $3 718 150.
• Costará $743 630.

b. Las hará nuevamente en 12 días más.

c. El segmento formado mide 7,75 cm.

d. • 25 % de huemules. 35 % de lobos marinos.
10 % de pumas. 30 % de pingüinos.

• 50 fotos de huemules. 70 fotos de lobos marinos.
20 fotos de pumas. 60 fotos de pingüinos.

# Unidad 2 La tecnología

## Página 69

1. a. Una piedra grande y dos piedras pequeñas, observar cada cuánto se repiten las piedras grandes y pequeñas.

b. Una piedra pequeña, observar que luego de una piedra grande viene una pequeña.

c. La ocupa una piedra pequeña, observar que la posición 22 es una piedra grande.

2. a. En cada paso se aumenta en 2 letras D, observar el aumento de letras D en cada paso.

b. Habrá 10 letras D, se multiplica el número del paso por 2.

c. Habrá 12 letras D, se multiplica el número del paso por 2.

d. Habrá 24 letras D, se multiplica el número del paso por 2.

3. a. La ecuación $8 + x = 15$, porque lo que lleva más lo que le falta equivale al recorrido total.

b. $x$ es 7 km, se resuelve la ecuación.

4. a. La ecuacion es $8 + x = 12$.

b. $x$ es 4, se resuelve la ecuación.

## Lección 5: Patrones y lenguaje algebraico

## Página 70

1. Las flores del 1 al 4 tienen: 1, 3, 5 y 7 pétalos, respectivamente.
2. El número de pétalos por cada foto va aumentando en 2.
3. Corresponde a $2n - 1$.
4. El quinto término de la secuencia debería tener 9 elementos.

## Página 71

- *Representando cada bailarina por una moneda y agrupándolas de acuerdo con el patrón identificado.*
- *Respuesta variada.*
- *Sí, es correcto. Las cantidades de bailarinas en las primeras cuatro configuraciones son: 1, 2, 3 y 4.*

## Página 72

▸ Consiste en ir probando con distintas reglas y validar si corresponden o no. En caso de error, se propone otra regla y así sucesivamente hasta encontrar la correcta.

- *Respuesta variada.*
- *Habrá 19 bailarinas, $4 \cdot 5 - 1$.*
- *Es incorrecto, la regla es sumar 4 al término anterior.*

## Página 73

1. a. Secuencia: es un grupo de números o elementos que forman un conjunto ordenado.

b. Patrón: corresponde a una regla que permite relacionar valores.

2. a.

| Valor |
|---|
| 5 |
| 13 |
| 21 |
| 29 |
| 37 |
| 45 |

b.

| Valor |
|---|
| 100 |
| 95 |
| 85 |
| 75 |
| 70 |
| 60 |

c.

| Valor |
|---|
| 3 |
| 6 |
| 12 |
| 48 |
| 192 |
| 3 072 |

3. a. Sumar 2 al término anterior.

b. Restar 4 al término anterior.

c. Multiplicar por 4 el término anterior.

d. Al término anterior sumar el valor de la posición, de su antecesor.

4. Respuesta variada.

5. a.

| $n$ | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|
| $n - 8$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |

b.

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $2 \cdot n - 1$ | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 |

c.

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $4 \cdot n + 5$ | 9 | 13 | 17 | 21 | 25 |

6. a. Sumar 3 cuadrados a la cantidad de cuadrados del paso anterior.

b. $n + 3$, n es la cantidad de cuadrados del paso anterior.

c.

| Paso (n°) | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| Cuadrados pequeños (cantidad) | 5 | 8 | 11 |

d. Tendrá 14 cuadraditos.

e. Tendrá 17 cuadraditos.

## Página 74

7. a. 8 b. 16 c. 25 d. 4

8. a. Tabla 1: El Valor corresponde a la Posición multiplicada por $4n$.

Tabla 2: El Valor corresponde al antecesor de la Posición $n - 1$.

Tabla 3: El Valor se obtiene como el doble de la Posición, más 3. ($2n + 3$)

Tabla 4: El Valor se obtiene como el quíntuplo de la Posición, menos 3. ($5n - 3$)

**b.** Tabla 1

| Posición | 6 | 10 | 13 | 17 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|
| Valor | 24 | 40 | 52 | 68 | 80 |

Tabla 2

| Posición | 6 | 10 | 13 | 17 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|
| Valor | 5 | 9 | 12 | 16 | 19 |

Tabla 3

| Posición | 6 | 10 | 13 | 17 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|
| Valor | 15 | 23 | 29 | 37 | 43 |

Tabla 4

| Posición | 6 | 10 | 13 | 17 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|
| Valor | 27 | 47 | 62 | 82 | 97 |

**9. a.** • La cantidad de cuadrados corresponde a la multiplicación del número del paso por sí mismo.

- Puede haber otro patrón, porque también se ve una relación entre la diferencia del número de cuadrados entre dos pasos consecutivos.
- En el paso 5 habrá un cuadrado que tendrá 5 cuadrados pequeños como lado.
- 25 cuadrados pequeños.
- 36 cuadrados pequeños.
- $n \cdot n$ cuadrados pequeños.

## Página 75

**b.** • Hay 1, 2 y 3 triángulos respectivamente.

- Tienen 3, 5 y 7 palitos respectivamente.
- Se agregan 2 palitos al dibujo anterior.
- 4 triángulos.
- 9 palitos.
- 10 triángulos.
- 41 palitos.
- El paso 100 tendrá 201 palitos.

**c.** • Corresponde a la expresión: $5\,500 \cdot n$.

- 2 menús valen $11 000.
- 3 menús valen $16 500.
- 4 menús valen $22 000.
- Por ejemplo:

| Menús ($n$) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Valor de la venta ($) | 5 500 | 11 000 | 16 500 | 22000 | 27 500 |

**d.** • La expresión: $2\,800 + 300 \cdot n$.

- El pasajero paga $3 400.
- El pasajero paga $4 300.
- El pasajero paga $5 800.
-

| $n$ (km) | 1 | 2 | 4 | 7 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|
| Costo del viaje ($) | 3 100 | 3 400 | 4 000 | 4 900 | 5 500 |

## Página 76

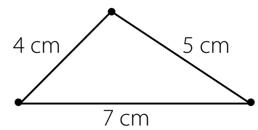
- *Este año hay 1 000 matrículas.*
- *Las ganancias fueron de $ 30 000 000.*

## Página 77

- Los productos son números pares.
- *No, porque el resultado al multiplicar por 2 un número es siempre par.*
- *Se expresaría como: $2 \cdot x + 2 \cdot x + 2 = 14$.*
- Son números impares.
- *$2x + 1$*
- *Se expresaría como: $2 \cdot x - 1 + 2 \cdot x + 1 = 36$.*

## Página 78

- $a + 1 > a - 1 > a - 2$
- *Sí es posible, porque se puede dibujar un triángulo con estas medidas.*




- *Respuesta variada.*
- *No, al menos un número mayor a 2, porque no puede tener lados con valores negativos.*
- Es la suma de la medida de todos sus lados.
- En esta actviividad se relaciona con representar el perímetro de un triángulo usando lenguaje algebraico.
- *Se obtiene 16 cm, el mismo resultado que el ejemplo 5.*

## Página 79

**1. a.** $2 \cdot x - 1$ **c.** $2 \cdot x$
**b.** $3 \cdot x$ **d.** $10 \cdot x$

**2. a.** 48 **c.** 25 **e.** 72
**b.** 12 **d.** 8 **f.** 23

**3. a.** $x + 4$ **c.** $\frac{x}{3} + 1$
**b.** $2 \cdot x - 2$ **d.** $3 \cdot x + \frac{x}{2}$

**4. a.** 6 **d.** 2 **g.** 10
**b.** 7 **e.** 1 **h.** 22
**c.** 9 **f.** 10 **i.** 4

**5.**

| $a + b + c$ | $2 \cdot a + 3 \cdot b - c$ | $a \cdot b \cdot c$ |
|---|---|---|
| 3 | 4 | 1 |
| 6 | 4 | 6 |
| 6 | 9 | 6 |
| 11 | 10 | 45 |
| 32 | 46 | 1 200 |

**6. a.** Perímetro.

| $p$ (cm) | 1 | 2 | 4 | 6 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|
| Figura 1 | 4 | 8 | 16 | 24 | 40 |
| Figura 2 | 6 | 12 | 24 | 36 | 60 |
| Figura 3 | 8 | 16 | 32 | 48 | 80 |

**b.** Área.

| A (cm²) | 1 | 3 | 5 | 9 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|
| Figura 1 | 1 | 9 | 25 | 81 | 144 |
| Figura 2 | 2 | 18 | 50 | 162 | 288 |
| Figura 3 | 3 | 27 | 75 | 243 | 432 |

**c.**

| Figura | Perímetro | Área |
|---|---|---|
| 1 | $p + p + p + p$ | $p \cdot p$ |
| 2 | $2 \cdot p + p + 2 \cdot p + p$ | $2 \cdot p \cdot p$ |
| 3 | $3 \cdot p + p + 3 \cdot p + p$ | $3 \cdot p \cdot p$ |

## Página 80

**7. a.**

| $p$ (cm) | 1 | 3 | 4 | 7 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|
| Figura 1 | 12 | 36 | 48 | 84 | 120 |
| Figura 2 | 12 | 36 | 48 | 84 | 120 |
| Figura 3 | 14 | 42 | 56 | 98 | 140 |

**b.**

| Triángulo | Perímetro |
|---|---|
| 1 | $3 \cdot p + 4 \cdot p + 5 \cdot p$ |
| 2 | $4 \cdot p + 4 \cdot p + 4 \cdot p$ |
| 3 | $4 \cdot p + 4 \cdot p + 6 \cdot p$ |

**8. a.** 4, 8, 12, 16, 20.
**b.** 4, 6, 8, 10, 12.
**c.** 1, 4, 7, 10, 13.
**d.** 5, 8, 11, 14, 17.
**e.** 9, 14, 19, 24, 29.

**9. a.** $x + 5 = 2 \cdot 8$
**b.** $2x + 3x = 25$
**c.** $3x - 10 = 2 \cdot 13$
**d.** $2x + \frac{x}{3} = 3 \cdot 21$
**e.** $x + 4\,x = 120$

**10. a.** 14
**b.** 48
**c.** = 24
**d.** 8 y 10
**e.** 12 y 17
**f.** 7 y 13
**g.** • Ecuación: $30\,000 + x = 55\,000$.
• Francisca necesita $25 000.

## Página 81

**11. a.** › Etapa 1: Los resultados son iguales. Propiedad conmutativa: $m + n = n + m$.

› Etapa 2: La propiedad se cumple.

| $m$ | $n$ | $m + n$ | $n + m$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 3 | 3 |
| 5 | 7 | 12 | 12 |
| 10 | 20 | 30 | 30 |

› Etapa 3: $(m + n) + p = m + (n + p)$

› Etapa 4: $a \cdot b = b \cdot a$

**12.** › Etapa 1: Para cualquier número pensado se obtendrá siempre el 5.

› Etapa 2: se utilizan operaciones matemáticas que anulan el número pensado, de modo que el resultado siempre será 5.

› Etapa 3: Respuestas variadas.

## Página 82

**1. a.**

| Valor |
|---|
| 7 |
| 18 |
| 29 |
| 40 |
| 51 |
| 62 |

**b.**

| Valor |
|---|
| 205 |
| 198 |
| 184 |
| 170 |
| 156 |
| 128 |

**c.**

| Valor |
|---|
| 2 |
| 32 |
| 512 |
| 32 768 |
| 524 288 |
| 33 554 432 |

**2.**

| Perímetro = $a + b + a + b$ | Área = $a \cdot b$ |
|---|---|
| 18 | 14 |
| 28 | 45 |
| 44 | 120 |
| 64 | 255 |

**3. a.** 14, 21, 8 y 6
**b.** 22, 33, 12 y 10
**c.** 32, 48, 17 y 15
**d.** 50, 75, 26 y 24
**e.** 94, 141, 48 y 46
**f.** 122, 183, 62 y 60
**g.** 210, 315, 106 y 104

**4. a.** Al valor de la posición se resta 8 para obtener el valor.
**b.** Son 3, 9, 18, 24, 31 y 88 respectivamente.
**c.** Son 10, 13, 16, 27, 31 y 54 respectivamente.
**d.** No puede valer 7, porque calcularia 7 – 8.

**5. a.**

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $n + 5$ | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

**b.**

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $3 \cdot n - 2$ | 1 | 4 | 7 | 10 | 13 |

**c.**

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $2 \cdot n + 7$ | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 |

**6. a.** Un número aumentado en 8 da 10.
**b.** El triple de un número disminuido en 2 es el doble de 5.
**c.** La suma entre un número y su tercera parte es nueve.
**d.** La suma del doble de un número más el triple de otro es 20.

## Página 83

**7. a.** • A partir del tercer elemento, su valor es la suma de los dos valores anteriores.

- El lado del cuadrado rojo mide 8 cm.
- Son 13, 21, 34, 55 y 89.

**b.** • La empresa compró 3 impresoras.
- La ecuación es $3x = 2\,175\,000$.
- Cada impresora vale $725 000.
- La ecuación es $4x = 2\,175\,000$.
- Cada impresora vale $543 750.

## Lección 6: Ecuaciones

### Página 84

1. Hay 8 pirámides.
2. El símbolo de la igualdad.
3. Con la ecuación $50\,000\,000 = 8x$, donde $x$ es la masa de una pirámide.
4. La masa aproximada es 6 250 000 toneladas.

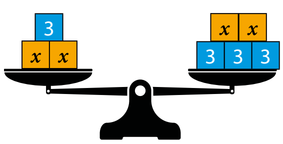
### Página 85

- $6p = 2p + r$ donde $p$ corresponde a la masa de un pendrive y $r$ al peso del reproductor de música.
- Porque en el lado izquierdo de la balanza hay más pilas que en el derecho.
- 4 pilas.
- *Respuesta personal.*
- *La masa del reproductor de música es 46 g.*

### Página 86

- La masa del pendrive es mayor que la de la pila.
- En cada lado de la balanza hay 7 pilas.
- *Un pendrive pesa 34,5 g.*
- *Ecuación: $2p + 11{,}5 = 7 \cdot 11{,}5$.*

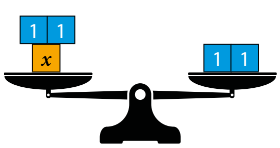
### Página 87

- Son iguales para representar una igualdad.
- Porque el lado derecho de la igualdad es 11.
- *Por ejemplo:*
- 
- *El valor de $x$ es 4.*

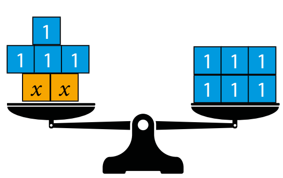
### Página 88

1. Las representaciones son ejemplos.

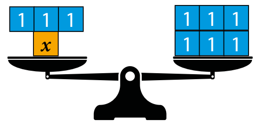
a. $x = 0$



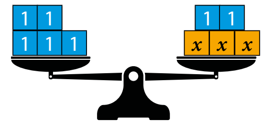
e. $x = 1$



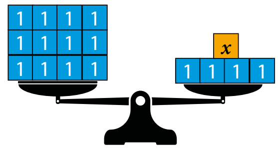
b. $x = 3$



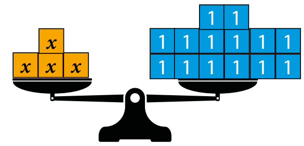
f. $x = 1$



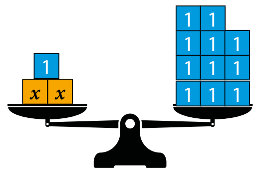
c. $x = 8$



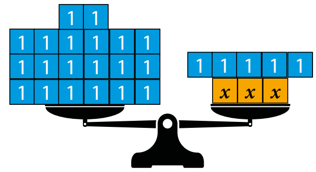
g. $x = 4$



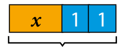
d. $x = 5$



h. $x = 5$

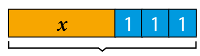


2. a.




$x = 2$

b.

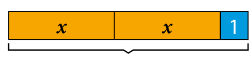



$x = 4$

c.

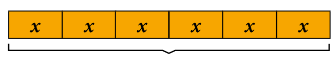

$x = 10$

d.



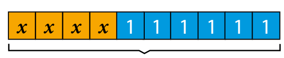

$x = 4$

e.



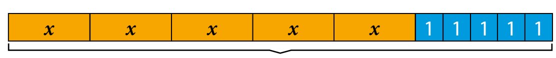

$x = 2$

f.



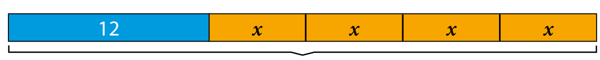

$x = 1$

g.




$x = 3$

h.




$x = 4$

**3. a.** $x + 1 = 2$, $x = 1$

**b.** $x + 2 = 3$, $x = 1$

**c.** $6 = x + 1$, $x = 5$

**d.** $2x + 3 = 7$, $x = 2$

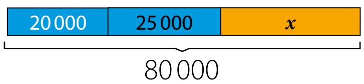
**e.** $9 = 3x$, $x = 3$

**f.** $10 = 4x + 2$, $x = 2$

## Página 89

**4. a.** • La ecuación es $45\,000 + x = 80\,000$.

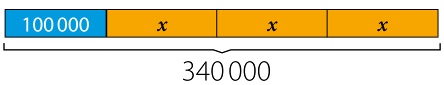
• Por ejemplo




• A ambos les falta $35 000.

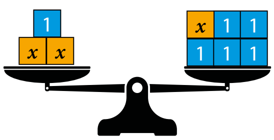
**b.** • La ecuación es $100\,000 + 3x = 340\,000$.

•




• Cada cuota vale $80 000.

**c.** › Etapa 1:

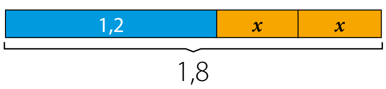



› Etapa 2: $x = 4$.

› Etapa 3: Respuestas variadas

**d.** • $6 \cdot 0{,}2 + 2x = 2 - 0{,}2$

• Por ejemplo:




• La capacidad es 0,3 L.

## Página 90

- *La situación se puede modelar con la ecuación: $50 - x = 39$.*
- *El valor es $x = 11$.*
- *Respuesta variada. Por ejemplo, restar 39 de 50.*

## Página 91

- Porque posee dos términos iguales al de la ecuación a resolver. Así, el tercer término es el valor de la incógnita.
- $x$ se corresponde con 11.
- *Dibujar una barra cuyo largo represente 50 y dividirla en dos partes: una de ellas que represente el 39 y el resto corresponderá al valor $x$.*
- *Fue reciclado un 22 % aproximadamente de la masa de desechos electrónicos.*
- En cada lado se eliminaron 3 unidades.
- *Respuesta variada. Por ejemplo, se puede reemplazar el valor de $x$ por 2 para resolver la operación y verificar que se cumple la igualdad.*

## Página 92

- La sustracción.
- *Así:*

$$x - 3 + 3 = 5 + 3$$
$$x + 0 = 8$$
$$x = 8$$

## Página 93

- El doble de un número disminuido en 5 unidades.
- La adición.
- El doble de 9 es 18.
- Porque posee dos términos iguales al de la ecuación por resolver. Así, el tercer término es el valor de la incógnita.
- *Restar 7 en ambos lados de la igualdad. Luego, reconocer qué número multiplicado por 3 da como resultado 18. Como el número es 6, $x = 6$.*
- *Respuesta personal.*

## Página 94

**1. a.** Es una igualdad en la cual hay términos desconocidos o incógnitas.

**b.** Es el valor de la incógnita y se obtiene resolviendo la ecuación.

**c.** Es un concepto de igualdad que se utiliza como una estrategia para resolver una ecuación.

**2. a.** $3 + x$

**b.** $x - 10$

**c.** $2x + 6$

**d.** $3x - 12$

**3. a.** Un número aumentado en 7.

**b.** 4 disminuido en un número.

**c.** El triple de un número y aumentado en 7.

**d.** El cuádruple de un número y disminuido en 1

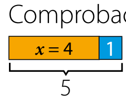
**4. a.** La cantidad de capítulos es la diferencia entre 12 y 5. Ecuación: $12 - 5 = x$

**b.** El doble de 18 más 8 es la edad de Mauricio. Ecuación: $2 \cdot 18 + 8 = x$.

**c.** El triple de un número más 40 es 85. Ecuación: $3 \cdot x + 40 = 85$.

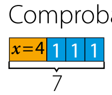
**5. a.** $x = 4$

Comprobación:



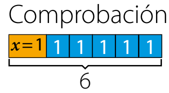

**b.** $x = 4$

Comprobación:



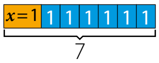

**c.** $x = 1$

Comprobación:



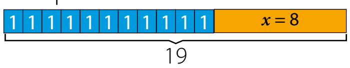
**d.** $x = 1$

Comprobación:



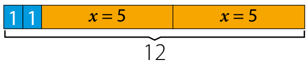

**e.** $x = 8$

Comprobación:



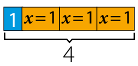

**f.** $x = 5$

Comprobación:



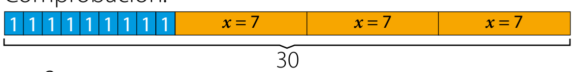

**g.** $x = 1$

Comprobación:



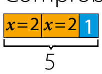

**h.** $x = 7$

Comprobación:




**i.** $x = 2$

Comprobación:




**6. a.** $x = 8$
$2 + x = 10$
$2 + 8 = 10$

**b.** $x = 1$
$x + 7 = 8$
$1 + 7 = 8$

**c.** $x = 9$
$x - 2 = 7$
$9 - 2 = 7$

**d.** $x = 16$
$x - 9 = 7$
$16 - 9 = 7$

**e.** $x = 3$
$13 = 10 + x$
$13 = 10 + 3$

**f.** $x = 38$
$x - 12 = 26$
$38 - 12 = 26$

**g.** $x = 6$
$3 + 2 \cdot x = 15$
$3 + 2 \cdot 6 = 15$

**h.** $x = 8$
$0{,}3 \cdot x - 1{,}2 = 1{,}2$
$0{,}3 \cdot 8 - 1{,}2 = 1{,}2$

**i.** $x = 0{,}2$
$2x + 0{,}8 = 1{,}2$
$2 \cdot 0{,}2 + 0{,}8 = 1{,}2$

**7. a.** $17 + 3 = 20$
$20 = 20$
$x$, sí es solución de la ecuación.

**b.** $11 = 14 - 7$
$11 \neq 7$
$x$, no es solución de la ecuación.

**c.** $1{,}6 = 0{,}2 \cdot 3{,}2$
$1{,}6 \neq 0{,}64$
$x$, no es solución de la ecuación.

**d.** $3 \cdot 4 + 5 = 14$
$17 \neq 14$
$x$, no es solución de la ecuación.

**8. a.** Por ejemplo, $x + 1 = 2$.

**b.** Por ejemplo, $x + 5 = 8$.

**c.** Por ejemplo, $x - 2 = 3$.

**d.** Por ejemplo, $2x + 1 = 15$.

**e.** Por ejemplo, $20 - x = 9$.

**f.** Por ejemplo, $3 \cdot x = 45$.

**g.** Por ejemplo, $38 - x = 17$.

## Página 95

**9. a.**
- Torre A es: $25 + 3 \cdot x = 79$ y $x = 18$ cm.
- Torre B es: $25 + 2 \cdot x = 61$ y $x = 18$ cm.
- Torre C es: $50 + x = 68$ y $x = 18$ cm.
- Sí. En todas, la incógnita es la altura de la lata pequeña.
- La altura de la lata pequeña es 18 cm.

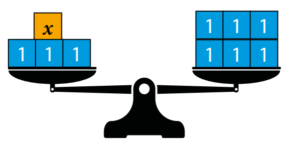
**b.** El número es el 3.

**c.** El número es el 21.

## Página 96

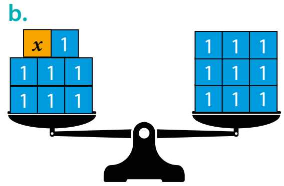
**1.**

**a.**



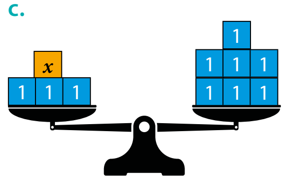

$x + 3 = 6$

**b.**



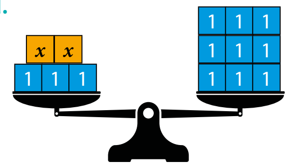

$x + 7 = 9$

**c.**



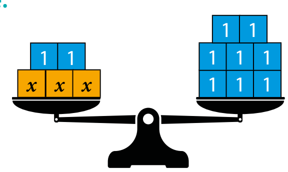

$x + 3 = 7$

**d.**



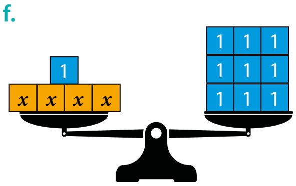

$3 + 2 \cdot x = 9$

**e.**



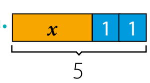

$3 \cdot x + 2 = 8$

**f.**



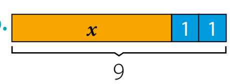

$4x + 1 = 9$

**2. a.**



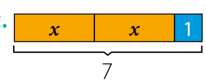

$5 = x + 2$

**b.**



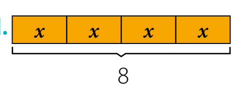

$x + 2 = 9$

**c.**




$2 \cdot x + 1 = 7$

**d.**




$4 \cdot x = 8$

**3. a.** $x = 1$
$1 + 1 = 2$
$2 = 2$

**b.** $x = 4$
$3 + 4 = 7$
$7 = 7$

**c.** $x = 20$
$40 = 20 + 20$
$40 = 40$

**d.** $x = 22$
$22 - 4 = 18$
$18 = 18$

**e.** $x = 16$
$16 - 7 = 9$
$9 = 9$

**f.** $x = 15$
$15 + 15 = 30$
$30 = 30$

**g.** $x = 1\,100$
$1000 = 1\,100 - 100$
$1000 = 1000$

**h.** $x = 2$
$2 \cdot 2 + 7 = 11$
$4 + 7 = 11$
$11 = 11$

**i.** $x = 5$
$11 + 2 \cdot 5 = 21$
$11 + 10 = 21$
$21 = 21$

**j.** $x = 1$
$45 = 43 + 2 \cdot 1$
$45 = 43 + 2$
$45 = 45$

**k.** $x = 10$
$2 \cdot 10 - 10 = 10$
$20 - 10 = 10$
$10 = 10$

**l.** $x = 6$
$8 + 2 \cdot 6 = 20$
$8 + 12 = 20$
$20 = 20$

**m.** $x = 50$
$120 = 20 + 2 \cdot 50$
$120 = 20 + 100$
$120 = 120$

**n.** $x = 14$
$23 = 2 \cdot 14 - 5$
$23 = 28 - 5$
$23 = 23$

**ñ.** $x = 3$
$3 \cdot 3 + 1 = 10$
$9 + 1 = 10$
$10 = 10$

**o.** $x = 13$
$35 = 3 \cdot 13 - 4$
$39 = 39 - 4$
$35 = 35$

**p.** $x = 6$
$5 \cdot 6 + 25 = 55$
$30 + 25 = 55$
$55 = 55$

**q.** $x = 3$
$12 + 4 \cdot 3 = 24$
$12 + 12 = 24$
$24 = 24$

**r.** $x = 7$
$7 \cdot 7 - 9 = 40$
$49 - 9 = 40$
$40 = 40$

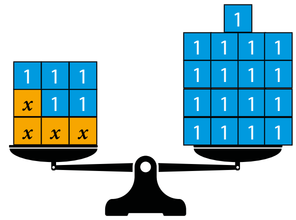
**s.** $x = 20$
$200 = 20 + 9 \cdot 20$
$200 = 20 + 180$
$200 = 200$

**t.** $x = 20$
$10 \cdot 20 - 100 = 100$
$200 - 100 = 100$
$100 = 100$

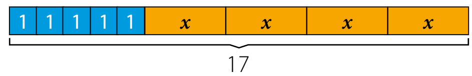
**4. a.** $x = 10$. Por ejemplo: correspondencia uno a uno.
**b.** $x = 30$. Por ejemplo: operación inversa.
**c.** $x = 7$. Por ejemplo: correspondencia uno a uno.
**d.** $x = 9$. Por ejemplo: operación inversa.

## Página 97

**5. a.** • Corresponde a la ecuación $5 + 4 \cdot x = 17$.
• Un ejemplo es:

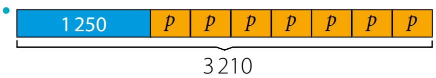



• Un ejemplo es:

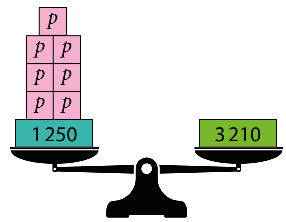



• Cada tema restante dura 3 minutos, aproximadamente.

**b.** • Ecuación $1\,250 + 7p = 3\,210$.
•




• Por ejemplo:




• El perímetro de la cancha es 280 m.

**c.** › Etapa 1: $2x + 5 = 12,\quad x = \frac{7}{2}$

$4x + 10 = 24,\quad x = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$

› Etapa 2: Las soluciones son iguales.
› Etapa 3: Respuestas variadas.
› Etapa 4: Respuestas variadas. Por ejemplo:

$x + \frac{5}{2} = 6,\quad x = \frac{7}{2}$

$8x + 20 = 48,\quad x = \frac{28}{8} = \frac{7}{2}$

$6x + 15 = 36,\quad x = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}$

## Página 98

**1. a.** $A + 6 = B$
**b.** $7A + 2 = B$

**2. a.** $x - 9$
**b.** $x - 1$
**c.** $2 \cdot x - 1$
**d.** $a + b = b + a$
**e.** $2 \cdot x + 3$
**f.** $(a + b) + c = a + (b + c)$
**g.** $3 \cdot x - 2 \cdot x$

**3. a.** $2 + x = 6$
**b.** $x + 2 = 4$
**c.** $2x + 2 = 10$
**d.** $7 = 3x + 1$

**4.** Ejemplos:

**a.**

| Valor *A* | Valor *B* |
|---|---|
| 1 | 4 |
| 2 | 5 |
| 3 | 6 |
| 4 | 7 |
| 5 | 8 |
| 6 | 9 |
| 7 | 10 |
| 8 | 11 |
| 9 | 12 |
| 10 | 13 |

**b.**

| Valor *A* | Valor *B* |
|---|---|
| 1 | 10 |
| 3 | 12 |
| 5 | 14 |
| 7 | 16 |
| 9 | 18 |
| 11 | 20 |
| 13 | 22 |
| 15 | 24 |
| 17 | 26 |
| 19 | 28 |

**c.**

| Valor *A* | Valor *B* |
|---|---|
| 2 | 0 |
| 4 | 2 |
| 6 | 4 |
| 8 | 6 |
| 10 | 8 |
| 12 | 10 |
| 14 | 12 |
| 16 | 14 |
| 18 | 16 |
| 20 | 18 |

**d.**

| Valor *A* | Valor *B* |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 2 | 10 |
| 3 | 15 |
| 5 | 25 |
| 6 | 30 |
| 8 | 40 |
| 10 | 50 |
| 20 | 100 |
| 30 | 150 |
| 40 | 200 |

**e.**

| Valor *A* | Valor *B* |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 6 |
| 3 | 16 |
| 7 | 36 |
| 10 | 51 |
| 15 | 76 |
| 18 | 91 |
| 21 | 106 |
| 23 | 116 |
| 24 | 121 |

**f.**

| Valor *A* | Valor *B* |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 10 | 65 |
| 20 | 135 |
| 30 | 215 |
| 40 | 275 |
| 50 | 345 |
| 60 | 415 |
| 70 | 485 |
| 80 | 555 |
| 90 | 625 |

## Página 99

**5. a.** $x = 3$
$5 + 3 = 8$
$8 = 8$

**b.** $x = 5$
$11 + 5 = 16$
$16 = 16$

**c.** $x = 20$
$12 = 20 - 8$
$12 = 12$

**d.** $x = 4$
$4 - 4 = 0$
$0 = 0$

**e.** $x = 0$
$2 \cdot 0 + 6 = 6$
$16 = 6$

**f.** $x = 7$
$21 + 3 \cdot 7 = 42$
$21 + 21 = 42$
$42 = 42$

**g.** $x = 10$
$18 + 10 = 28$
$28 = 28$

**h.** $x = 10$
$4 \cdot 10 = 40$
$40 = 40$

**i.** $x = 4$
$5 \cdot 4 - 12 = 8$
$20 - 12 = 8$

**j.** $x = 21$
$62 = 4 \cdot 21 - 22$
$62 = 84 - 22$
$62 = 62$

**k.** $x = 7$
$7 \cdot 7 + 70 = 119$
$49 + 70 = 119$

**l.** $x = 10$
$105 + 10 \cdot 10 = 205$
$105 + 100 = 205$

**6. a.** • El valor de una agenda es $2 400.
• El valor de una calculadora es $4 504.
• Alejandro gastó en total $30 312.

**b.** • Cada paso aumenta en 3 cuadrados pintados con respecto al paso anterior.
• $n + 3$, donde $n$ es la cantidad de cuadrados pintados en el paso anterior.
•

| Paso (n°) | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| Cuadrados pintados (cantidad) | 1 | 4 | 7 | 10 |

• En el paso 5 habrá 13 cuadraditos pintados.

## Unidad 3 El Arte

**Página 101: ¿Qué sabes?** Evaluación diagnóstica

1. a. $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$.
   b. $\overline{AD} \perp \overline{AB}$ y $\overline{BC} \perp \overline{AB}$.
   c. En el vértice C.
   d. $\overline{AB} = 2$ cm $\overline{BC} = 1{,}5$ cm $\overline{CD} = 2{,}5$ cm $\overline{DA} = 3$ cm
   e. 9 cm.
   f. 4,5 cm$^2$.
2. a. 12 cuadrados.
   b. 3 rectángulos.
   c. 26 cm ; 16 cm ; 14 cm. Son diferentes, ya que la distribución de los cuadrados es distinta.
   d. 12 cm$^2$ es igual ya que todos están formados por 12 cuadrados de área 1 cm$^2$.
3. a. 48 cm$^2$ b. 112 cm$^2$

### Lección 7: Construcciones geométricas

**Página 102**

1. $a$ mide más de 45° y menos de 90°, $b$ mide menos de 45° y $c$ mide más de 90°.
2. Los ángulos miden: $a = 80°$, $b = 30°$, $c = 100°$.
3. Respuesta variada.
4. Aproximadamente 76 triángulos.

**Página 103**

- El ángulo mide menos de 90°.
- La medida del ángulo es la cantidad de grados que hay entre sus lados, por lo tanto, corresponde a la diferencia de las marcas que indican los lados.
- El ángulo medido corresponde a dos ángulos de 30°.
- *Respuesta a cargo del estudiante.*
- *Respuesta a cargo del estudiante.*

**Página 104**

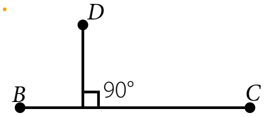
- Se forman 2 ángulos, cada uno mide 90°.
- *Repuesta variada. Por ejemplo, con centro en P, dibujar un arco que corte en dos puntos el segmento rojo. Con centro en cada uno, trazar arcos que se corten. Al unir este punto de intersección con P se habrá construido la perpendicular.*
- *Respuestas variada. Por ejemplo,ubicar el transportador con su centro en P y alineado con el segmento rojo. Luego, marcar las medidas 30° y 45°, y unir ambas marcas con P.*

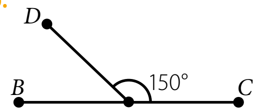
**Página 105**

- *Se puede estimar que es menor que 55°.*
- *Respuesta variada. Por ejemplo, dibujar una perpendicular a un lado del ángulo, alinear el transportador en el otro lado y marcar ángulos con una medida cercana a la del ángulo formado por la perpendicular y este segundo lado.*

**Página 106**

1. a. Porción del plano formada por dos semirrectas (lados) con un origen común (vértice).
   b. Ángulo que se obtiene al dividir la medida angular de una circunferencia en 360 partes iguales.
   c. Es un instrumento que mide ángulos en grados.
2. a. Replicar 23 veces. c. Replicó 2 veces.
   b. Replicar 3 veces. d. Replicó 4 veces.
3. a. 30° c. 60° e. 45°
   b. 90° d. 120° f. 80°
4. a. 45°, 45° y 90°. b. 45°, 135°, 45° y 135°.
5. Respuestas variadas. Por ejemplo:

a.



b.



**Página 107**

6. Respuestas variadas. Por ejemplo:
   a. Mayor que 80° y menor que 90°.
   b. Mayor que 20° y menor que 30°.
   c. Mayor que 140° y menor que 150°.
   d. Mayor que 130° y menor que 140°.
7. a. › Etapa 1: α es aproximadamente 127°, (180° – α) es aproximadamente 53°.
   › Etapa 2: La suma es 180°, por tanto, son suplementarios.
   b. › Etapa 1: Respuesta variada. Por ejemplo, los ángulos miden 40°, 70° y 70°.
   › Etapa 2: La suma es 180°.
   › Etapa 3: La suma de los ángulos interiores de un triángulo es siempre 180°.

**Página 108**

- *El ángulo (180 – β) es un ángulo obtuso y el ángulo (90 – β) es un ángulo agudo.*

**Página 109**

- Mide 360°.
- Circunferencia.
- Cada ángulo mide 60°.
- *El ángulo del centro de la circunferencia mide 360° y como se divide en 6 partes iguales, entonces cada uno mide 60°.*

**Página 110**

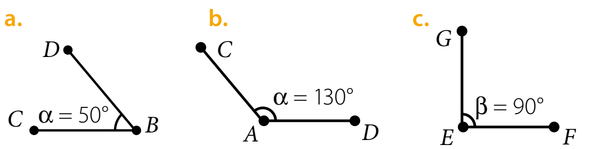
- *El ángulo mide 103° y se clasifica como ángulo obtuso.*
- *Seleccionando elementos del ángulo y ejecutando el comando.*

## Página 111

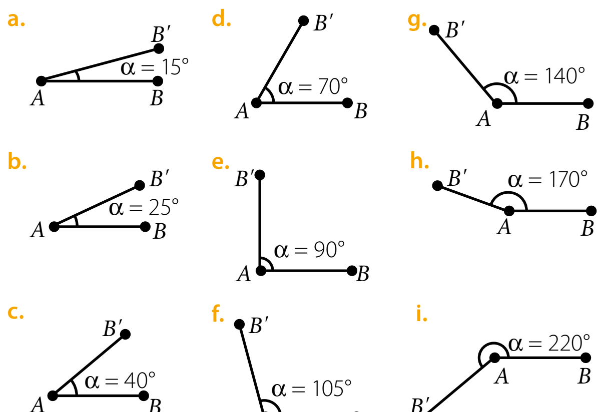
- *Dibujar un segmento, luego ubicar un punto en cualquier parte y activar el comando, indicando el punto y luego el segmento.*
- *Respuestas variadas. Por ejemplo, para el transportador: en cada extremo del segmento, ubicar el centro del transportador y marcar 90°, luego unir ambas marcas para formar la recta paralela. Y para el compás: construir perpendiculares en dos puntos del segmento. Luego, fijando el compás en estos puntos y con la misma apertura, marcar un punto en cada perpendicular. Finalmente, unir estos puntos.*

## Página 112

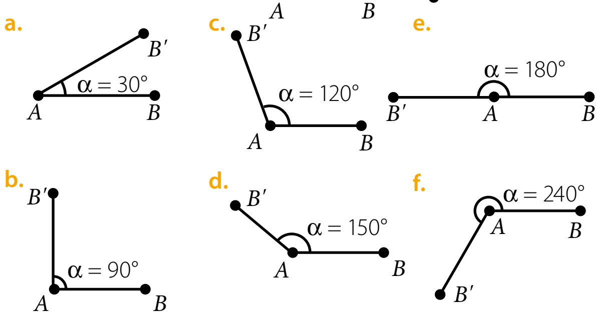
1. a. Es un ángulo que mide más de 90° y menos de 180°.
   b. Es un ángulo que mide 180°.
   c. Es un ángulo que mide más de 0° y menos de 90°.
2. Respuesta variadas, ejemplo:



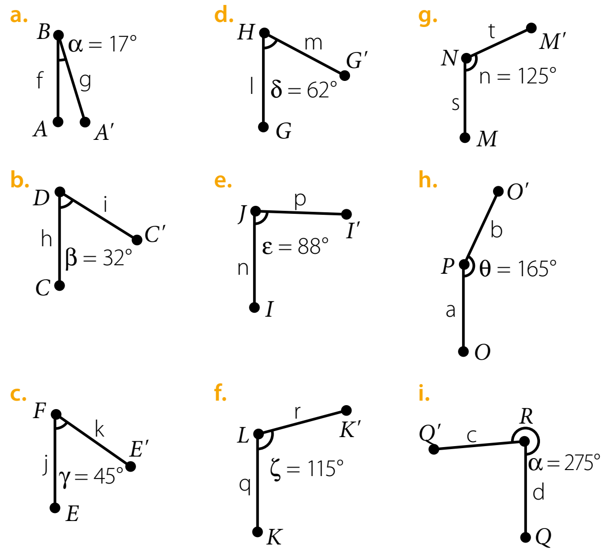

3.



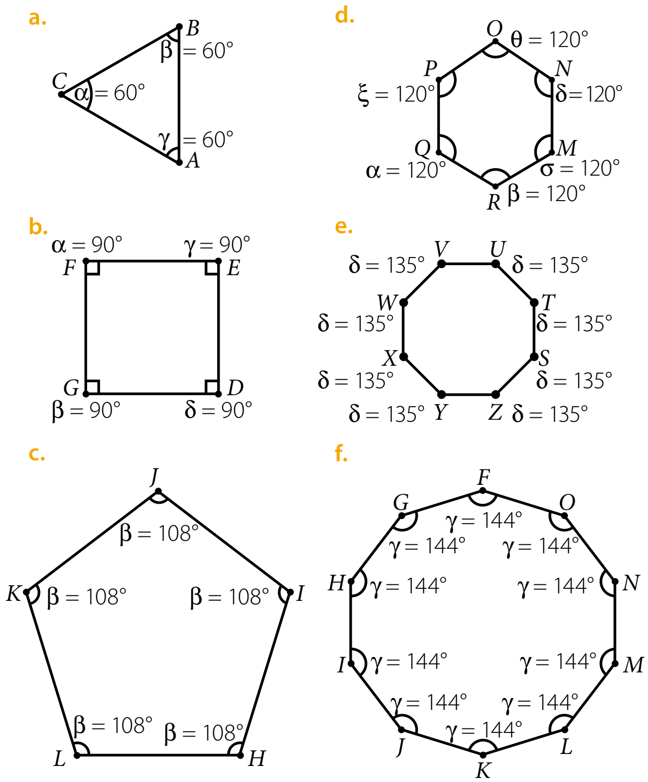

4.




5. a. Respuesta variada. Por ejemplo, sobre un segmento ubicar un transportador y marcar la medida 30°. Luego, unir esta marca con el punto del segmento en que se ubica el transportador.
   b. Respuesta variada. Por ejemplo, sobre un segmento ubicar un transportador y marcar la medida 90°. Luego, unir esta marca con el punto del segmento en que se ubica el transportador.
   c. Respuesta variada. Por ejemplo, sobre un segmento ubicar un transportador y marcar la medida 150°. Luego, unir esta marca con el punto del segmento en que se ubica el transportador.
6.



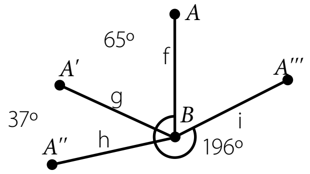

7.




8. a. $a$ = 120°, equivale a: 8 ángulos de 15°, 6 ángulos de 20° y 4 ángulos de 30°.
   b. $b$ = 240°, equivale a: 16 ángulos de 15°, 12 ángulos de 20° y 8 ángulos de 30°.
   c. $c$ = 300°, equivale a: 20 ángulos de 15°, 15 ángulos de 20° y 10 ángulos de 30°.

## Página 113

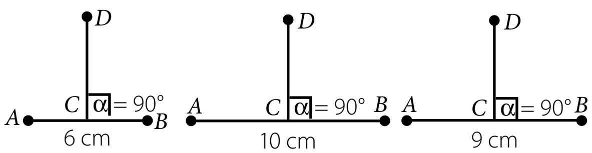
**9.**




**a.** Suman 102º. **b.** Suman 298º. **c.** Mide 62º.

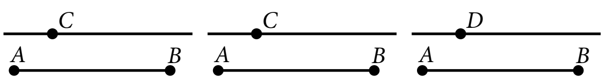
**10.**

**a.** **b.** **c.**

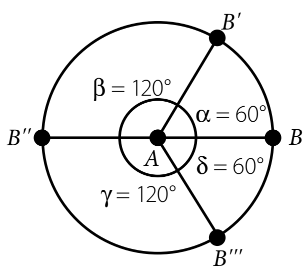



**11.**

**a.** **b.** **c.**




**12.** › **Etapa 1:** Ejemplo de respuesta para la construcción 3:




› **Etapa 2:** Respuesta variada. Por ejemplo, ubicar el centro del transportador en el centro de la circunferencia y marcar las medidas de 0°, 60°, 120° y 300°. Unir con líneas rectas estas marcas y el centro de la circunferencia para definir los ángulos indicados.

› **Etapa 3:**

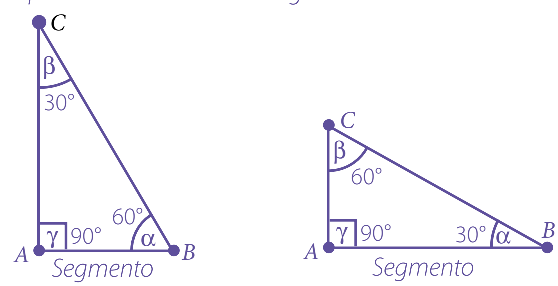
- Cada ángulo mide 72°, porque la circunferencia tiene 360° y al dividir en 5 partes iguales resulta 72°.
- Cada ángulo mide 120°, porque al dividir la circunferencia en 3 partes iguales resulta 120°.
- Respuestas variadas, ejemplo: hay dos ángulos de 60° y dos de 120°.
- Al dividir una circunferencia en partes iguales, todos los ángulos formados medirán lo mismo.

## Página 114

- El ángulo mide 40°.
- Sus ángulos interiores miden 40°, 70° y 70°.
- *Respuesta variada. Por ejemplo, dibujar uno de los segmentos. En un extremo, dibujar el ángulo de 40° y en el otro, ubicar el compás con la medida del otro segmento. Luego, dibujar un arco de circunferencia e intersecar con el lado libre. Finalmente, unir el punto de intersección con el extremo. Las medidas de los ángulos interiores del triángulo formado serán 40°, 40° y 100°.*
- *Respuestas variadas. Por ejemplo, ambos son triángulos isósceles; pero el del Ejemplo 1 es acutángulo y el que se acaba de proponer, es obtusángulo.*

## Página 115

- Los ángulos miden 30° y 60°, respectivamente.
- Respuesta variada. Por ejemplo, 2,7 cm, 2,2 cm y 1,3 cm.
- *Tiene mayor longitud el lado opuesto al ángulo mayor.*
- *Se pueden construir dos triángulos más:*




*Diferencias: medida de los lados distinta y la ubicación de los ángulos interiores es distinta.*

*Similitudes: igual medida de ángulos interiores, ambos triángulos tienen un lado de la misma medida.*

- *Triángulo del Ejemplo 1: isósceles acutángulo, porque tiene 2 lados de igual medida y sus tres ángulos son agudos. Triángulo del Ejemplo 2: escaleno rectángulo, porque tiene sus 3 lados de distinta medida y un ángulo de 90°.*

## Página 116

- Respuestas variadas.
- *No es posible construir un triángulo, porque la suma de las medidas de los segmentos 2 y 3 es menor que la medida del segmento 1. Regla general: la suma de dos lados de un triángulo debe ser mayor que el tercer lado.*
- *El mínimo corresponde a la diferencia de las medidas de los otros dos.*

## Página 117

**1. a.** Instrumento para dibujar circunferencias y hacer mediciones entre dos puntos.

**b.** Es un polígono regular de tres lados.

**c.** Es un polígono de tres lados que tiene un ángulo interior obtuso.

**2. a.** Escaleno rectángulo.

**b.** Escaleno acutángulo.

**c.** Isósceles obtusángulo.

**3. a.** No, porque la suma de las dos primeras medidas es igual a la de la tercera.

**b.** Sí, porque la suma de las medidas de dos de los lados es mayor que la del tercer lado.

c. Sí, porque la suma de las medidas de dos de los lados es mayor que la del tercer lado.

d. Sí, porque la suma de las medidas de dos de los lados es mayor que la del tercer lado.

e. No, porque la suma de las dos últimas medidas es menor que la de la primera.

f. No, porque la suma de las dos últimas medidas es igual a la de la primera.

4. › Etapa 1: Respuestas variadas.

› Etapa 2:

| Clasificación triángulo | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| Según lado | Equilátero | Escaleno | Isósceles |
| Según ángulo | Acutángulo | Rectángulo | Acutángulo |

## Página 118

1. Respuestas variadas, ejemplos:

a. Colocar el centro del transportador en el vértice del ángulo y sobre uno de sus lados. La medida serán los grados que indique el otro lado del ángulo.

b. Dibujar un segmento, colocar el centro del transportador en uno de sus extremos, marcar la medida específica y trazar un segmento que una el centro con esta marca.

c. Dibujar una línea con una regla y su largo corresponderá a la medida específica.

d. Dibujar un lado 1, en un extremo marcar con un compás la medida del lado 2 y en el otro extremo marcar la medida del lado 3, la intersección de ambas marcas será un vértice y desde él se trazan los lados a los otros vértices.

e. Dibujar el lado, colocar cada ángulo en cada extremo del lado y prolongar los lados hasta que coincidan, formando un triángulo.

2. a. Isósceles y obtusángulo.

b. Equilátero y acutángulo.

c. Escaleno y obtusángulo.

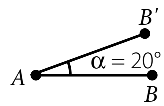
3. a. 15° b. 80° c. 140° d. 235°

4. a. Cada uno de los 4 ángulos interiores mide 90°.

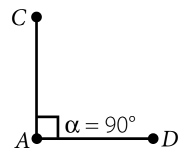
b. Cada uno de los 5 ángulos interiores mide 108°.

5.

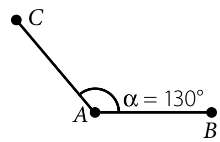
a.



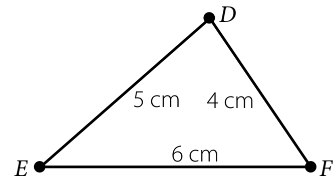

b.



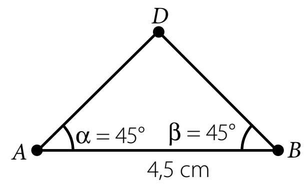

c.



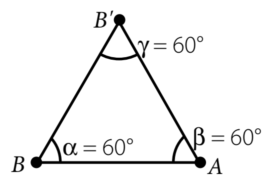

d.




e.



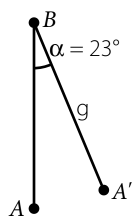

f.



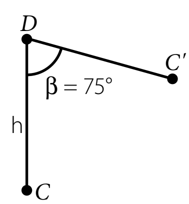

## Página 119

6.

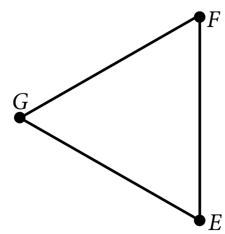
a.



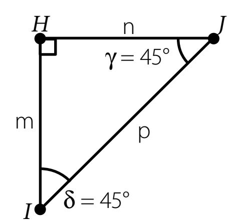

b.




c.




d.




7. a. Más de 2 cm. b. Más de 3 cm.

8. a. • Es mayor el ángulo que mide *b*, ya que se opone al lado mayor.

• Es menor el ángulo que mide *a*, ya que se opone al lado menor.

b. • Cada uno de sus ángulos mide 60°.

• Colocar cada triángulo adyacente a uno de sus lados laterales.

• Cada ángulo interior mide 120°, porque está formado por dos ángulos de 60° cada uno.

## Lección 8: Ángulos

### Página 120

1. $b$ es agudo, $c$ es recto y $a$ es obtuso.
2. El ángulo $a$ es mayor.
3. 180º, porque al unirlos forman una línea recta.
4. 180º, ya que a = 135º y b = 45º.

### Página 121

- $\alpha$ es alfa, $\beta$ es beta, $\gamma$ es gamma y $\delta$ es delta.
- En 37º.
- *360º*
- *Son iguales.*
- *180º.*
- *Dos ángulos complementarios suman 90º y dos ángulos suplementarios suman 180º.*

### Página 122

- La figura efectivamente representa lo descrito.
- Tienen la misma medida.
- *Son suplementarios:* $\alpha$ *y* $\beta$; $\beta$ *y* $\gamma$; $\gamma$ *y* $\delta$; $\delta$ *y* $\alpha$; $\alpha'$ *y* $\beta'$; $\beta'$ *y* $\gamma'$; $\gamma'$ *y* $\delta'$; $\delta'$ *y* $\alpha'$.
  *Suman 180º:* $\alpha + \delta'$; $\alpha' + \beta$; $\delta + \gamma'$ *y* $\gamma + \beta'$.

### Página 123

- Primero se nombra la letra que identifica un lado, luego la del vértice y, finalmente, la del otro lado (sentido antihorario).
- *Son ángulos opuestos por el vértice. Miden lo mismo.*
- *180º, porque son ángulos adyacentes.*

### Página 124

1. a. Lugar en que se cortan o cruzan dos líneas.
   b. Aquellas rectas que mantienen la misma distancia y nunca se intersecan.
   c. Aquellas rectas que al intersecarse forman ángulos rectos.
2. a. La suma de dos ángulos complementarios es 90º.
   b. La suma de dos ángulos suplementarios es 180º.
   c. Dos ángulos opuestos por el vértice tienen siempre la misma medida.
3. a. Dos ángulos alternos externos tienen siempre la misma medida.
   b. Dos ángulos correspondientes tienen siempre la misma medida.
   c. La suma de dos ángulos adyacentes es 180º.
4. a. $x = 90º$; $y = 90º$; $z = 90º$.
   b. $x = 110º$; $y = 70º$; $z = 110º$.
   c. $x = 62º$; $y = 118º$; $z = 62º$.
   d. $x = 13º$; $y = 167º$; $z = 167º$.
5. a. 180º
   b. 72º
   c. 36º
   d. 0º
   e. 54º
   f. 180º

### Página 125

6. a. F
   b. V
   c. F
   d. V
   e. V
   f. V
7. a. • 180º • 93º
   b. • 132º. • 48º
   c. • 75º. • 112º. • 105º.
   d. • 40º. • 40º.

### Página 126

- El triángulo 1 es escaleno rectángulo y el triángulo 2 es isósceles rectángulo.
- *90º, Si en un triángulo rectángulo la suma de sus dos ángulos agudos siempre es 90º.*
- *No, porque la suma de los ángulos interiores de un triángulo siempre tiene que ser 180º y en este caso, suman 170º.*

### Página 127

- 180º.
- $\alpha$ porque es correspondiente con $\alpha$, $\beta$ porque es correspondiente con $\beta$ y $\gamma$ porque es opuesto por el vértice con $\gamma$.
- *No, porque al tener dos ángulos interiores de 90º, el tercero tendría que medir 0º.*
- *Recortando y ubicando adyacentes los ángulos interiores del triángulo se comprueba que forman un ángulo extendido.*

### Página 128

- El cuadrilátero 1 es un rectángulo y el cuadrilátero 2 es un trapecio.
- *Aproximadamente 12. La suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es siempre 360º.*
- *Respuesta variada:*

### Página 129

- Se debe trazar una línea de vértice a vértice opuesto.
- *Sí, el desarrollo es similar.*
- *Recortando y ubicando adyacentes los ángulos interiores del cuadriláteros se comprueba que forman un ángulo completo.*

### Página 130

1. a. Ángulo formado por un vértice común y dos lados del polígono, y que está dentro del polígono.
   b. Polígono de tres lados.
   c. Polígono de cuatro lados.
   d. Línea que mantiene la misma distancia de separación con otra en toda su extensión.
2. a. Sí, la suma de los ángulos interiores de todos los triángulos es 180º.
   b. Sí, la suma de los ángulos interiores de todos los cuadriláteros es 360º.

3. Respuestas variadas.
4. Respuestas variadas.
5. Triángulos

Triángulo 1: No, los ángulos interiores suman 150º.

Triángulo 2: Sí, los ángulos interiores suman 180º.

Triángulo 3: No, los ángulos interiores suman 185º.

Triángulo 4: Sí, los ángulos interiores suman 180º.

Triángulo 5: No, los ángulos interiores suman 170º.

Cuadriláteros

Cuadrilátero 1: No, los ángulos interiores suman 330º.
Cuadrilátero 2: No, los ángulos interiores suman 340º.
Cuadrilátero 3: Sí, los ángulos interiores suman 360º.
Cuadrilátero 4: No, los ángulos interiores suman 390º.
Cuadrilátero 5: Sí, los ángulos interiores suman 360º.

## Página 131

6. a. • La figura 1 tiene 5 lados y la figura 2 tiene 6 lados.
- La figura 1 tiene 5 ángulos interiores y la figura 2 tiene 6 ángulos interiores.
- Separando la figura en un triángulo y un cuadrilátero, se sabe que los ángulos interiores de un triángulo suman 180º y que los de un cuadrilátero 360º, si se suman, se obtienen 540º.
- Separando la figura en dos triángulos y un cuadrilátero, se sabe que los ángulos interiores de un triángulo suman 180º y que los de un cuadrilátero 360º, si se suman, se obtienen 720º.

b. › Etapa 1:
- 4 lados.
- 4 ángulos interiores.
- Cuadrilátero.
- 360º.

› Etapa 2: Respuesta variada.

› Etapa 3: Respuesta variada.

› Etapa 4:
- Que esta figura tiene un ángulo interior mayor a 180º.
- Sí, porque al ser un cuadrilátero la medida de sus ángulos interiores es 360º.
- Independiente de la forma, la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es 360º.

## Página 132

▸ 180º, porque forman un ángulo extendido.

▸ La suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo es 180º. El triángulo $ABC$ tiene un ángulo recto, por lo tanto, los otros dos ángulos deben sumar 90º, por eso, $a$ + 30º = 90º.

▸ Dos ángulos complementarios suman 90º.

- *Respuestas variadas. Por ejemplo, identificar otras relaciones entre las medidas de los ángulos.*
- *120º, porque $BCDF$ es un cuadrilátero y la suma de sus ángulos interiores es 360º.*

## Página 133

▸ Respuesta variada. Por ejemplo, sumando directamente los coeficientes 1, 3 y 5 y, en el paso final, dividiendo 180 : 9 = 20.

▸ 20º + 60º + 100º = 180º; 20º : 20º = $\alpha$; 60º : 20º = 3$\alpha$; 100º : 20º = 5$\alpha$

- *Es la única respuesta, porque la suma de los ángulos interiores debe ser 180º y además, se debe cumplir las proporciones indicadas al comienzo.*
- $2x + 6x + 10x = 180º$

  $18x = 180º$

  $x = 10º$

*Los ángulos interiores miden $2x = 20º$, $6x = 60º$ y $10x = 100º$, por lo tanto, miden lo mismo que en el Ejemplo 2.*

## Página 134

1. a. $x$ = 48º c. $x$ = 52º e. $x$ = 28º
   b. $x$ = 106º d. $x$ = 157º f. $x$ = 99º

2.

| Triángulo (°) | Cuadrilátero (°) |
|---|---|
| T1: 60, 60 y 60 | C1: 90, 90, 90 y 90 |
| T2: 36, 72 y 72 | C2: 60, 60, 120 y 120 |
| T3: 30, 60 y 90 | C3: 36, 72, 108 y 144 |
| T4: 45, 45 y 90 | C4: 72, 72, 108 y 108 |
| T5: 36, 36 y 108 | C5: 30, 30, 150 y 150 |

3. a. • $y$ = 50º • $x$ = 40º

## Página 135

b. x = 20º.

c. • 24º • 168º • 24º

d. • x = 110º.
- Un ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de los otros dos ángulos interiores del triángulo que no son adyacentes con el ángulo exterior.
- 127º y 123º.
- 360º.

## Página 136

1. a. $\alpha$ y $\delta$; $\sigma$ y $\theta$. b. $\sigma$ y $\alpha$ ; $\delta$ y $\theta$.

2. a. Dos ángulos que están al mismo lado de las líneas paralelas y de la transversal, por ejemplo: $a$ y $e$.

   b. Dos ángulos que están a distinto lado de las líneas paralelas y de la transversal, por ejemplo: $a$ y $h$.

   c. Dos ángulos que comparten el mismo vértice y sus lados son semi rectas contrarias a los lados del otro, por ejemplo: $g$ y $f$.

   d. Dos ángulos que al sumarlos den 180º, por ejemplo: $b$ y $h$.

   e. Dos ángulos que están entre las líneas paralelas, pero a distinto lado de ellas y a distinto lado de la transversal, por ejemplo: $c$ y $f$.

   f. Dos ángulos que comparten un vértice y un lado, por ejemplo: $b$ y $d$.

**3. a.** $x = 141°; y = 141°; z = 39°.$

**b.** $x = 150°; y = 150°; z = 30°.$

**c.** $x = 30°; y = 43°; z = 150°.$

**d.** $x = 32°; y = 79°; z = 32°.$

**e.** $x = 63°; y = 64°; z = 53°.$

**f.** $x = 60°; y = 160°; z = 120°.$

**4. a.** Sí, los ángulos son 35°, 45° y 100°.

**b.** Sí, los ángulos son 50°, 60° y 70°.

**c.** Sí, los ángulos son 40°, 45° y 95°.

## Página 137

**5. a.** Sí, los ángulos son 90°, 90°, 90° y 90°.

**b.** Sí, los ángulos son 54°, 56°, 108° y 142°.

**c.** Sí, los ángulos son 20°, 40°, 50° y 250°.

**6. a.** Sí, la suma de los ángulos interiores es 180°.

**b.** No, la suma de los ángulos interiores es 380°.

**c.** No, la suma de los ángulos interiores es 177°.

**d.** Sí, la suma de los ángulos interiores es 360°.

**7.** Lo que dice el niño es incorrecto, ya que es imposible construir un triángulo con dos ángulos obtusos, porque miden más de 90° y ahí se sobrepasa la condición de que los tres ángulos interiores deben medir 180°. En cambio, lo que dice la niña sí es correcto, ya que se puede construir un cuadrilátero cuyos ángulos interiores sean 70°, 95°, 95° y 100°, y se tienen tres ángulos obtusos.

# Lección 9: Teselaciones

## Página 138

1. En el mosaico hay 2 figuras distintas.
2. Las figuras son: estrella y hoja de tres puntas.
3. En el diseño se observan rotaciones, reflexiones y traslaciones.

## Página 139

- Triángulo equilátero: triángulo donde sus tres lados miden lo mismo y cada uno de sus ángulos internos mide 60°.
- *Se puede cubrir el piso usando cuadrados y hexágonos regulares, ya que puede colocar cada figura una al lado de otra, sin dejar espacios vacíos entre ellas.*
- *Respuesta variadas, por ejemplo en papeles murales, en cerámicas, donde cada figura está una al lado de la otra.*

## Página 140

- Las características de un pentágono regular son: sus cinco lados miden lo mismo, cada ángulo interno mide 108°, cada ángulo externo mide 72° y tiene 5 diagonales.
- En el primer caso, se debería rellenar los espacios vacíos usando triángulos y rombos. En el segundo caso, se deberían rellenar los espacios vacíos usando más pentágonos, los cuales estarán superpuestos.
- *No es posible, porque al juntar 3 pentágonos con un vértice en común queda un espacio, el cual para ser llenado habría que superponer otro pentágono.*

## Página 141

- Cada ángulo interior mide 60°.
- El compás ayuda para marcar en punto exacto donde deben ir los puntos A' y C'.
- Los 5 triángulos dibujados son igual al triángulo original ABC, por lo tanto, cada uno de sus ángulos miden 60°. En el vértice B hay 6 ángulos de 60° cada uno; por lo tanto, la suma es 360°.
- *Respuestas variadas.*
- *Respuesta variadas ejemplo: Geogebra.*

## Página 142

**1. a.** Es una ordenación de figuras con el objetivo de cubrir completamente una superficie, donde las figuras no pueden dejar espacios entre ellas ni se pueden superponer entre sí.

**b.** Es un polígono que tiene todos sus lados y sus ángulos interiores iguales entre sí.

**c.** Es una transformación de figuras en el plano, donde no varía la forma, dimensión ni área de la figura; es decir, la figura inicial y la final son iguales entre sí.

**2. a.** No es teselado regular, porque no está formado por una figura regular.

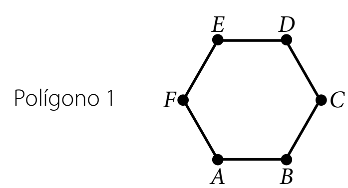
**b.** No es teselado regular, porque no está formado por una figura regular y porque hay espacios sin llenar.

**c.** Teselado regular, porque el diseño no tiene espacios vacíos y está formado por una figura regular (hexágono), sin superponerse.

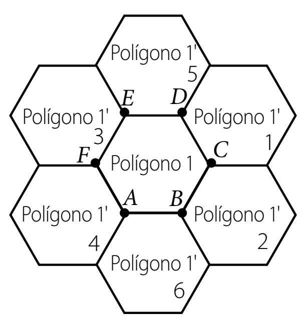
**d.** No es teselado regular, porque no está formado por una figura regular.

**3.** Respuestas variadas, ejemplos:

› Etapa 1:




› Etapa 2:




› Etapa 3: Por ejemplo, las teselaciones de todas las figuras corresponden a teselaciones regulares.

## Página 143

- Si, los lados deben valer lo mismo, porque si son distintos no se podrá construir una teselación, ya que habría espacios entre las figuras.
- Cada ángulo interior de un cuadrado mide 90°.
- *La suma de los ángulos es 360 °.*
- *No es una teselación regular, porque se construye con 2 polígonos regulares y no con uno solo.*

## Página 144

- *Se construyó un teselado semirregular, porque se utilizan dos polígonos regulares.*
- *Un ángulo interior del octógono regular mide 135°.*
- *Respuestas variadas, ejemplo: un octógono irregular.*

## Página 145

**1. a.** Es una ordenación de 2 o más polígonos regulares que cubren completamente una superficie, sin dejar espacios entre ellos y sin superponerse.

**b.** Es una ordenación que posee al menos un polígono irregular y que cubre completamente una superficie, sin dejar espacio entre ellos y sin superponerse.

**2. a.** Teselación irregular. **c.** Teselación semirregular.

**b.** Teselación regular. **d.** Teselación irregular.

**3. a.** $x = 120$ ° **b.** $y = 150$ °

## Página 146

**1.** La teselación regular se construye a partir de un polígono regular, mientras que la teselación semirregular utiliza 2 o más polígonos regulares.

**2.** La teselación semirregular se construye a partir de 2 o más polígonos regulares, mientras que la teselación irregular a partir de, al menos, un polígono irregular.

**3. a.** Se repite una figura con forma de T.

**b.** Respuesta variada. Por ejemplo, rotaciones en 90°, 180°, etc., y traslaciones.

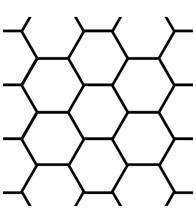
**c.** Teselación irregular, porque está formada por una figura irregular.

**4. a.** Teselación semirregular **c.** Teselación regular

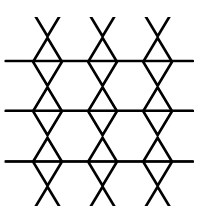
**b.** Teselación irregular **d.** Teselación irregular

**5.**

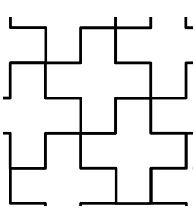
**a.**



**b.**



**c.**



## Página 147

**6. a.** • Corresponde a un hexágono regular.

• Corresponde a una teselación regular.

• El ángulo interior mide 120°.

**b.** • El valor de $x$ es 131,4 °, ya que la suma de los tres ángulos completa una vuelta entera y ésta mide 360°.

• Sus otros dos ángulos miden 90°.

# Lección 10: Área y volumen

## Página 148

**1.** El acuario tiene forma de paralelepípedo.

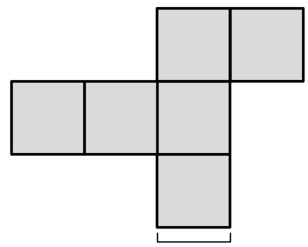
**2.** Tiene 6 caras.

**3.** Corresponde a una cara rectangular.

**4.** El área de la cara rectangular es 4,5 $m^2$.

## Página 149

- El segmento se llama arista.
- Respuestas variadas. Por ejemplo:




- Los otros 3 lados del cuadrado de red miden 6 cm cada uno.
- *El área se expresaría como 1 $cm^2$, entonces el área de la caja a construir es 216 $cm^2$.*
- *Recortando la red, armándola y usando las solapas para unir sus caras:*

## Página 150

- Construcción personal.
- Permite armar un paralelepípedo recto.
- *En la red del cubo las 6 caras son caras cuadradas e iguales entre sí; en cambio, en la red del paralelepípedo hay 6 caras rectangulares, donde son 3 caras con distintas medidas y cada una se repite 2 veces.*
- *Recortando la red, armándola y usando las solapas para unir sus caras:*

## Página 151

**1. a.** Es una figura que tiene 3 medidas: alto, ancho y largo; por lo tanto, tiene área y volumen en el espacio.

**b.** Es la medida de una superficie.

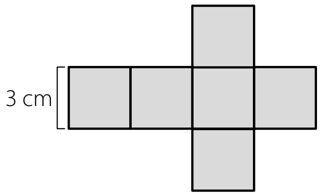
**c.** Es el dibujo de la figura 3D donde se observan las figuras planas que lo conforman en 2D.

**d.** Es la parte del plano que ocupa una figura.

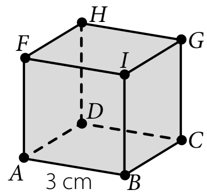
**2.** Un paralelepípedo recto tiene sus aristas laterales perpendiculares a las bases, en cambio el paralelepípedo oblicuo forma ángulos no rectos entre sus aristas laterales y sus bases.

**3. a.**

Red:

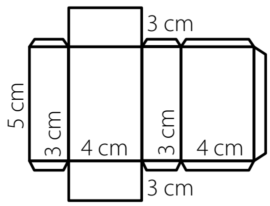



Cubo:

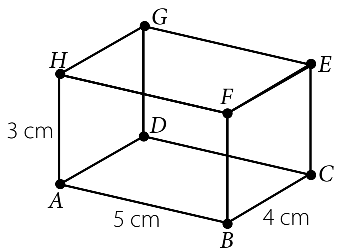



**b.**

Red:

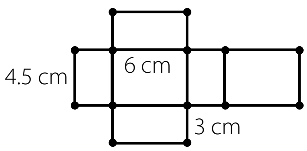



Cubo:



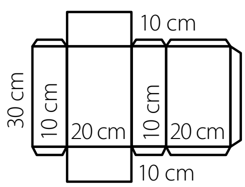

**4.** Respuesta variada. Por ejemplo, la red de un cubo de arista de 10 cm y la de un paralelepípedo de alto, largo y ancho de 10 cm, 15 cm y 6 cm, respectivamente.

**5. a.** • Un paralelepípedo:




- El área de la figura es 117 $cm^2$.
- Se podría armar un cubo con área 54 $cm^2$.

**b.** •




- El área como mínimo es 2 200 $cm^2$.

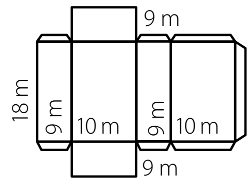
## Página 152

- La red está formada por 6 cuadrados iguales.
- Por la definición de la red de un cubo, debe ser así.
- 4 $cm^2$ + 4 $cm^2$ + 4 $cm^2$ + 4 $cm^2$ + 4 $cm^2$ + 4 $cm^2$
- *Para la colección ocupó 168 $cm^2$ de metal.*
- *Respuestas variadas. Por ejemplo, para dibujar el rectángulo se pueden usar lados de longitudes de 12 cm y 2 cm, 3 cm y 8 cm, 6 cm y 4 cm y 24 cm y 1 cm. Cuadrado: solo puede medirse aproximadamente la medida de su lado, ya que ya que no hay un número entero que multiplicado por sí mismo resulte 24.*

## Página 153

- *Porque la tapa de la caja tiene bordes y también los bordes son redondos, no tiene cortes exactamente rectos como el paralelepípedo.*

## Página 154

- Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas donde hay 1 o más incógnitas.
- Se efectuó la sustracción.
- $a(b + c) = ab + ac$
- Se asigna un valor a la incógnita, se reemplaza en la ecuación y se constata si se cumple la igualdad. Si no se verifica la igualdad, se asigna otro valor a la incógnita y se repite la estrategia; si se verifica, entonces ese es el valor de la incógnita.
- *Se puede obtener como 2 • (1 800 • 1 000 + 1 800 • 900 + 1 000 • 900) = 8 640 000 $cm^2$.*
- 


## Página 155

**1. a.** Un cubo tiene 6 caras cuadradas iguales entre sí, 8 vértices y 12 aristas.

**b.** Un paralelepípedo tiene 6 caras que son paralelogramos, paralelas e iguales dos a dos. Tiene 8 vértices y 12 aristas.

**2. a.** Calcular el área de una de sus caras cuadradas y luego multiplicarla por 6.

**b.** Calcular el área de cada una de sus 3 caras distintas entre sí, luego sumarlas y este resultado multiplicar por 2.

**3. a.** 864 $cm^2$, calcular el área de una cara y luego multiplicar por 6.

**b.** 1 070 $cm^2$, calcular el área de cada una de las 3 caras distintas, sumarlas y multiplicar por 2.

**c.** 486 $cm^2$, calcular el área de una cara y luego multiplicar por 6.

**d.** 555 $cm^2$, calcular el área de cada una de las 3 caras distintas, sumarlas y multiplicar por 2.

**4.** La arista del cubo mide 8 cm.

**5.**

| **Área ($cm^2$)** | 96 | 142 | 148 | 150 | 216 |
|---|---|---|---|---|---|
| **Figura** | 4 | 3 | 1 | 2 | 5 |

**6.** Respuestas variadas. Por ejemplo:

**a.** Alto de 1 cm, ancho de 1 cm y largo de 1 cm.

**b.** Alto de 1 cm, ancho de 1 cm y largo de 2 cm.

**c.** Alto de 6 cm, ancho de 11 cm y largo de 2 cm.

**d.** Alto de 1 m, ancho de 5 m y largo de 5 m.

## Página 156

7. a. El área del cubo es 486 cm$^2$.

b. La arista de un cubo mide 9 cm, por lo tanto, el otro cubo puede tener una arista de 10 cm u 8 cm. Las respuestas: 600 cm$^2$ o 384 cm$^2$, respectivamente.

c. • El área de cada uno es 24 cm$^2$, 54 cm$^2$, 96 cm$^2$ y 150 cm$^2$ respectivamente.

• Orden: 24 cm$^2$, 54 cm$^2$, 96 cm2 y 150 cm$^2$. Patrón: la arista multiplicada por sí misma y luego multiplicada por 6 da el valor del área.

d. • El área de la superficie a pintar es 8 900 cm$^2$.

• El área que pintará con azul es 7 700 cm$^2$.

e. • El regalo tiene forma de un cubo.

• La arista del regalo mide 4 cm.

## Página 157

f. El área que tendrá que pintar mide 36,5 m$^2$.

g. • Necesita como mínimo 1 544,2 cm$^2$ de plástico.

• Necesita 15 442 cm$^2$ de plástico para envolver todos los tomos por separado.

• Para envolver todos los tomos juntos necesita 5 122,6 cm$^2$ de plástico.

h. • El área del cubo es 600 cm$^2$.

• La suma de las áreas de ambas figuras es 800 cm$^2$.

• Es mayor la suma de las áreas de las figuras resultantes del corte que el área del cubo original.

i. › Etapa 1: Área de cubo: 96 cm$^2$. Área de paralelepípedo: $2(2x + 11x + 22)$

› Etapa 2: Respuestas variadas.

› Etapa 3: $2(2x + 11x + 22) = 96$; $x = 2$ cm.

## Página 158

- Las aristas de un cubo miden lo mismo, porque todas sus caras son cuadradas.
- 16 • 4 = 64
- En la imagen hay 64 cubitos.
- *Respuestas variadas, ejemplo: dividir el cubo realizando 4 cortes horizontales, contar la cantidad de cubos del primer corte y esto multiplicarlo por 4.*
- *La arista del cubo grande mide 4 cm.*

## Página 159

- *Hay 216 cubitos en el cubo grande, donde cada cubito mide 1 cm$^3$.*
- *La multiplicación de la arista por sí misma tres veces da como resultado el valor del volumen.*
- *Los lados miden: 1 cm, 2 cm, 3 cm y 5 cm respectivamente. El patrón es: lado • lado = área.*

## Página 160

- *Expresando sus medidas en cm y aplicando la fórmula. El volumen es 15 cm$^3$.*

1. a. Corresponde al espacio que ocupa la figura 3D y se calcula usando sus dimensiones: alto, ancho y largo.

b. Corresponde al espacio que puede almacenar el recipiente; es decir, su volumen.

2. a. Multiplicar el valor de la arista por sí misma tres veces.

b. Multiplicar el ancho por el alto y por el largo.

3. a. 512 cm$^3$

b. 1 331 cm$^3$

c. 1 728 m$^3$

d. 15,625 cm$^3$

4. a. 34 cm$^3$ b. 156 m$^3$ c. 2 952 cm$^3$

5. a. 1 cm$^3$

b. 1 000 m$^3$

c. 216 cm$^3$

d. 343 m$^3$

6. a. 64 m$^3$. Ejemplo de respuesta: Multiplicar 4 • 4 • 4 = 16 • 4 = 64

b. 40 cm$^3$. Ejemplo de respuesta: Multiplicar 2 • 5 • 4 = 10 • 4 = 40

## Página 161

7. Respuestas variadas. Por ejemplo:

a. 1 m, 3 m y 9 m. c. 11 cm, 1 cm y 121 cm.

b. 25 cm, 1 cm y 5 cm. d. 8 m, 20 m y 50 m.

8. a. • Cubo: 512 cm$^3$. Paralelepípedo: 1 152 cm$^3$.

• Cubo: 27 cm$^3$. Paralelepípedo: 81 cm$^3$.

• Cubo: 216 cm$^3$. Paralelepípedo: 528 cm$^3$.

b. › Etapa 1:

| Cubos | Arista (cm) | Volumen (cm$^3$) |
|---|---|---|
| Rojos | 2 | 8 |
| | 4 | 64 |
| | 8 | 512 |
| Verdes | 3 | 27 |
| | 6 | 216 |
| | 12 | 1 728 |
| Azules | 5 | 125 |
| | 10 | 1 000 |
| | 20 | 8 000 |

› Etapa 2: arista • arista • arista.

› Etapa 3:

• El volumen del cubo aumenta 8 veces.

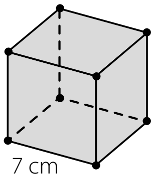
• Si el valor de la arista se duplica, el volumen es $8V$ y si se triplica el volumen es $27V$.

## Página 162

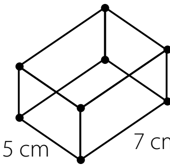
1. Respuestas variadas. Por ejemplo, el área mide el tamaño de una superficie, mientras que el volumen mide el espacio que ocupa un cuerpo.

**2.**

**a.**




**b.**




**3. a.** Área: 1 014 cm$^2$: Por ejemplo, calcular el área de una cara (13 • 13) y multiplicar por 6.

Volumen: 2 197 cm$^3$. Multiplicar 13 • 13 • 13.

**b.** Área: 800 cm$^2$: Por ejemplo, calcular las áreas de las 3 caras distintas: 10 • 15, 10 • 15 y 10 • 10, luego sumar estos resultados y multiplicar por 2.

Volumen: 1 500 cm$^3$. Multiplicar 10 • 10 • 15.

**c.** Área: 294 cm$^2$. Por ejemplo, calcular el área de una cara (7 • 7) y multiplicar por 6.

Volumen: 343 cm$^3$: Multiplicar 7 • 7 • 7.

**d.** Área: 1 230 cm$^2$: Por ejemplo, calcular las áreas de las 3 caras distintas: 21 • 11, 12 • 11 y 21 • 12, luego sumar estos resultados y multiplicar por 2.

Volumen: 2 772 cm$^3$. Multiplicar 21 • 11 • 12.

**e.** Área: 541,5 cm$^2$. Por ejemplo, calcular el área de una cara (9,5 • 9,5) y multiplicar por 6.
Volumen: 857,375 cm$^3$. Multiplicar 9,5 • 9,5 • 9,5.

**f.** Área: 377 cm$^2$. Por ejemplo, calcular las áreas de las 3 caras distintas: 7,2 • 5, 12,5 • 5 y 7,2 • 12,5, luego sumar estos resultados y multiplicar por 2.
Volumen: 450 cm$^3$. Multiplicar 7,2 • 5 • 12,5.

## Página 163

**4. a.** • El área de la vista superior de la piscina $A$ es 49 m$^2$ y de la piscina $B$ es 40 m$^2$.

- La profundidad de la piscina $A$ es 2 m.
- La profundidad de la piscina $B$ es 2,45 m.

**b.** • 1 000 cm$^3$ = 1 000 000 mm$^3$

- La arista del cubo mide 10 cm.
- El área del cubo es 600 cm$^2$.
- El área del paralelepípedo es 700 cm$^2$.
- Es mayor la razón del paralelepípedo.

## Página 164

**1. a.** Instrumento que permite medir ángulos y construir ángulos de una medida específica.

**b.** Distribución ordenada de figuras que cubre completamente una superficie, sin superponerlos ni dejar espacios entre ellas.

**c.** Medida del tamaño de su superficie.

**d.** Dos ángulos que comparten el vértice y uno de sus lados.

**2. a.** Isósceles acutángulo

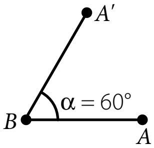
**b.** Escaleno rectángulo.

**c.** Isósceles obtusángulo.

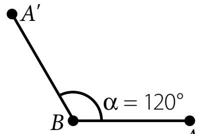
**3. a.** 60º **b.** 90º **c.** 115º **d.** 23º

**4.**

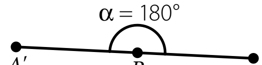
**a.**



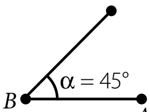

**b.**




**c.**

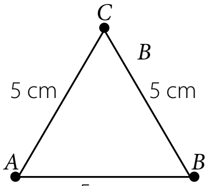



**d.**

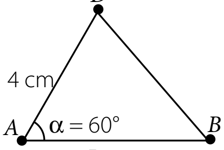



**5. a.**

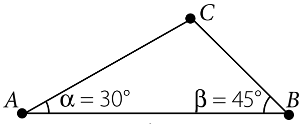
**a.**



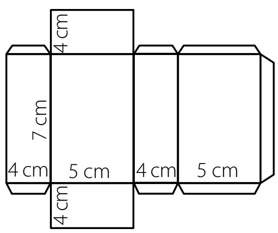

**b.**




**c.**




**6.**




**7.** Porque la suma de la medida de dos de los lados es igual a la medida del tercer lado, por lo tanto, coincidirían con él al ponerlos en sus extremos.

**8.** Respuesta variada. Por ejemplo, dibujar un triángulo equilátero, luego reflejarlo para formar un hexágono regular. Finalmente, trasladar este hexágono para cubrir toda la superficie.

**9.** Porque no se cubre completamente la superficie, quedan espacios entre ellos.

## Página 165

**10. a.** $x = 132º$; $y = 48º$

**b.** $x = 94º$; $y = 32º$

**c.** $x = 68º$; $y = 148°$

**d.** $x = 61º$; $y = 45º$

**11. a.** • $y = 28º$ • $x + z = 26º$ • El valor de $z$.

**b.** • La maleta 1. • La maleta 2.

# Unidad 4 La salud

### Página 167: ¿Qué sabes? Evaluación diagnóstica

1. a. Sonia.
   b. Andrés.
   c. 6 horas.
   d. Un estudiante ocupa 6 horas en promedio para realizar actividad física en la semana.
2. a. Sí.
   b. No, puede ser 2 también.
   c. 7, pueden salir 3 opciones en cualquier orden: 1 y 6, 2 y 5, 3 y 4. Para que la suma sea 12 solo debe salir una opción: 6 y 6.
3. a. 14 días.
   b.

| Tallo | Hojas |
|---|---|
| 1 | 5 7 8 8 9 |
| 2 | 1 1 1 3 3 4 |
| 3 | 2 3 5 |

   c. Observando las hojas y los datos que más se repiten.

## Lección 11: Representación de datos

### Página 168

1.

| Tallo | Hojas |
|---|---|
| 1 | 7 9 |
| 2 | 1 5 8 9 |
| 3 | 3 |

2. 16 minutos.
3. 3 atletas.
4. Respuesta variada. Ejemplo: gráfico de barras, porque es más fácil observar las diferencias entre los resultados.

### Página 169

- Considerando la diferencia entre el dato mayor y el dato menor en cada semana. Habrá más variación en la semana donde esta diferencia sea mayor.
- Identificar el dato mayor, que corresponde al último tallo con la última hoja; luego identificar el dato menor que es el primer tallo y la primera hoja. Calcular la diferencia entre estos números para cada semana, la semana con más variación será aquella con la mayor diferencia.
- Semana 1: dato menor es 660 y dato mayor es 720. Semana 2: dato menor es 680 y dato mayor es 729.
- *Respuesta variada. Por ejemplo, el diagrama sirve, porque muestra que el tallo de la semana 1 tiene mayor variación de los datos en comparación con el tallo de la semana 2.*
- *Respuesta variada. Por ejemplo, un gráfico de barras simples.*

### Página 170

- Se compara el diagrama de longitud del salto por jornada con el diagrama longitud del salto por semana:.

| | |
|---|---|
| *b* | Es una hoja del tallo 68, las hojas son: 0, 1, 4, 5, 6 y 8. En total hay 2 hojas con 1, pero aparece una en el diagrama, por lo tanto, $b = 1$. |
| *c* | Es a una hoja del tallo 70, las hojas son: 1, 3, 4, 8 y 9. En el diagrama solo falta la hoja 9, por lo tanto, $c = 9$. |
| *d* | Es una hoja del tallo 72, las hojas son: 0, 2 y 9. En el diagrama solo falta la hoja 9, por lo tanto, $d = 9$. |
| *e* | Es una hoja del tallo 67, las hojas son: 1 y 8. En el diagrama solo falta la hoja 1, por lo tanto, $e = 1$. |
| *f* | Es una hoja del tallo 69, las hojas son: 0, 1, 4, 7 y 9. En total hay 2 hojas con 7, pero aparece una en el diagrama, por lo tanto, $f = 7$. |
| *g* | Es una hoja del tallo 71, las hojas son: 0, 2, 3, 4 y 7. En total hay 2 hojas con 7, pero aparece una en el diagrama, por lo tanto, $g = 7$. |

- Para calcular el promedio se suman todos los datos y este resultado se divide por la cantidad de datos.

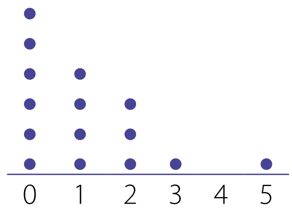
### Página 171

- Cada equipo jugó 15 partidos cada uno.
- No aparece una columna con un 5, porque el equipo Atlético Sur en ningún partido hizo 5 goles.
- *Respuesta variada. Por ejemplo, ¿en cuántos partidos el equipo Atlético Sur no hizo goles? o ¿qué equipo convirtió más goles en un partido?*
- *Respuesta variada. Por ejemplo, un gráfico de barras simples.*

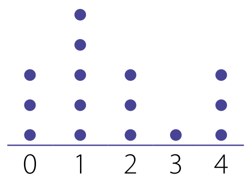
### Página 172

1. a. Es un grupo o colección de datos.
   b. Indica qué tan distintos o alejados son los datos entre sí.
2. Respuestas variadas. Por ejemplo:
   - Diferencia: en el diagrama de puntos se representa la frecuencia de cada dato, mientras que en el diagrama tallo y hojas se representa cada dato.
   - Similitud: cada hoja y cada punto representan un dato del conjunto.
3. a. Identificar los tallos y ordenarlos de menor a mayor. Luego, colocar las hojas ordenadas de menor a mayor en cada tallo para todo el conjunto de datos.
   b. Identificar los valores del conjunto de datos y cada uno ubicarlo en una columna. Luego, en cada columna se agregan tantos puntos hacia arriba como indique la frecuencia de cada dato.

**4. a.** • Para 6° A:




Para 6° B:




- Más alumnos sin mascotas en 6° A.
- Más mascotas los alumnos de 6° B.
- Respuesta variada. Por ejemplo, ¿cuál es el número de mascotas que más se repite en 6° B?

**b.** • Más estudiantes con puntaje máximo en 6° A.
- En 6° A: 8 estudiantes y en 6° B: 8 estudiantes.
- Respuesta variada. Por ejemplo: ¿cuál es el puntaje más obtenidos por los alumnos?

## Página 173

**c.** • 24 lanzamientos cada equipo.
- Equipo A: 7 puntos y equipo B: 6 puntos.
- 2 lanzamientos.
- Equipo A: 12,5 % ; equipo B: 25 %.
- Equipo A.
- Respuesta variada. Por ejemplo, ¿cuántos tiros en total lograron 6 puntos?

**d.** • Modalidad presencial.
- 4 días.
- 10 días.
- Presencial: 130 ventas ; remota: 151 ventas.
- Remota.
- 281 ventas.
- Respuesta variada. Por ejemplo, ¿cuántos días hubo 7 ventas remotas?

## Página 174

▸ Vóleibol.

## Página 175

▸ 82 alumnos respondieron la encuesta.
- *Atletismo, porque es el que obtuvo el menor valor.*
- *Básquetbol.*
- *Respuesta variada. Por ejemplo, ¿en qué taller hay una mayor diferencia de preferencias entre los cursos?*

▸ 6° A: 42 y 6° B: 40.
- *Respuesta variada. Por eemplo, es más fácil usar el gráfico de barras dobles, porque se pueden hacer comparaciones observando el largo de las barras.*

## Página 176

**1. a.** Serie de preguntas que se hacen a las personas para reunir datos.

**b.** Número de veces que aparece un valor en un grupo de datos.

**2.** El gráfico de barras simples representa la frecuencia de solo un grupo de datos, en cambio el gráfico de barras dobles permite representar la frecuencia de dos grupos de datos. Con el gráfico de barras dobles se pueden hacer comparaciones entre 2 grupos de datos de forma directa.

**3. a.** $p = 30$; $q = 22$; $r = 26$; $s = 25$.

**b.** Grupo 2.

**c.** Grupo 1.

**d.** Es 25.

**e.** Es 30.

**f.** Categorías A y B.

**g.** Es 49.

**h.** Es 39.

**i.** Es 14.

**j.** Grupo 1: 93 integrantes; grupo 2: 83 integrantes.

## Página 177

**4. a.** • Gimnasio A: viernes y gimnasio B: jueves.
- Gimnasio B: sábado y gimnasio A: miércoles.
- Gimnasio A.
- Gimnasio B.
- Gimnasio A: 145 asistentes y gimnasio B: 140 asistentes.

**b.** • Preguntas: 7, 8 y 9.
- Sí, porque las barras de la categoría "Correctas" son más altas que las de la categoría "Incorrectas".

## Página 178

▸ De 125 encuestados, un 17 % nunca realiza actividad física.

▸ 0,17 • 125 = 21,25

▸ Al dividir el tramo entre 21 y 22 en 100 partes iguales y ubicar el 0,25, éste estará más cerca de 21, por lo tanto, el 21 será el número natural más cercano.
- *Respuesta variada. Por ejemplo, calcular mentalmente el 1 % de 125 que es 1,25, y ese valor multiplicarlo por 17 para obtener un 17 %. El resultado final aproximarlo a la unidad.*
- *Cuatro o más veces: 5 ; tres veces: 16 ; dos veces: 38 ; una vez: 45.*

## Página 179

▸ 21 de 125 encuestados no realizan actividad física, por lo tanto, hay 104 personas que sí practican, las cuales declaran un lugar.

▸ 31 % representa a la opción que tuvo la preferencia más alta, las otras preferencias son menores.

▸ 0,31 • 104 = 32,24.
- *Un 10,6 % de los encuestados elige categoría "otros", se calcula el porcentaje que representa 11 de 104.*
- *Un 25 % de los encuestados que equivale a la fracción $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ y corresponde a 26 encuestados.*
- *Aproximadamente, 14 %.*

## Página 180

**1. a.** Representación de una fracción donde el total se divide en 100 partes.

**b.** Es la parte de un círculo comprendida entre un arco de la circunferencia y dos radios.

**2.** Representa la frecuencia de un grupo de datos, a cada categoría de los datos le corresponde un sector circular proporcional y la unión de todas las categorías determinan el círculo completo o 100 %.

**3. a.** 25 % **b.** 10 % **c.** 15 % **d.** 37 %

**4. a.**

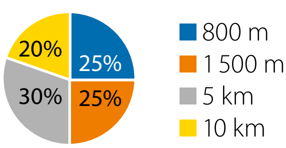
| *Tipo de fruta* | *Manzana* | *Naranja* | *Plátano* | *Melón* | *Pera* | *Uva* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Pref. (cantidad)* | *8* | *10* | *8* | *2* | *6* | *6* |

**b.** 40 personas.

## Página 181

**5. a.** • 20 alumnos.

• Distribución del equipo de atletismo




• Ningún dato representa más del 50 %, porque ninguno tiene un sector circular que represente más de la mitad del gráfico.

**b.** Respuestas variadas. Por ejemplo:

› Etapa 1: Dividir el círculo en 10 partes iguales y contar cuántas partes hay en cada sector.

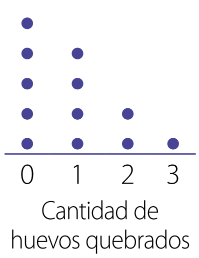
› Etapa 2: $A$: 20 %, $B$: 30 % y $C$: 50 %.

› Etapa 3: $A = 200$, $B = 300$ y $C = 500$.

› Etapa 4: Respuesta variada.

## Página 182

**1. a.**




**b.**


**2. a.**

Cantidad diaria de clientes atendidos

| Tallo | Hojas |
|---|---|
| 1 | 7 7 7 8 9 9 |
| 2 | 0 0 1 1 2 3 4 5 5 7 |

**b.**

Cantidad de libros pedidos

| Tallo | Hojas |
|---|---|
| 1 | 6 9 |
| 2 | 0 2 5 5 7 8 8 |
| 3 | 0 0 1 2 2 2 4 4 7 |

**3. a.** Verdadero, ya que obtuvo el porcentaje mayor.

**b.** Falso, obtuvieron un 37 % de los votos.

**c.** Verdadero, porque el 17 % de 40 es 6,8 y aproximando al número entero más cercano es 7.

**d.** Verdadera, Rafael obtuvo 11 votos y Alonso 8 votos.

## Página 183

**4. a.** • 6° A: 20 estudiantes y 6° B: 19 estudiantes.

• 6° A: 7 estudiantes y 6° B: 6 estudiantes.

• Sí, en 6° A hay 16 estudiantes con al menos 1 hermano y en 6° B hay 14 estudiantes.

**b.** • Respuesta variada. Por ejemplo, los puntajes obtenidos en el juego.

• Etapa 4.

• Vicente.

# Lección 12: Tendencia de resultados

## Página 184

**1.** Una manzana roja, porque de las 4 manzanas, 3 son rojas y solo 1 es verde.

**2.** Una manzana roja, porque de las 3 manzanas, 2 son rojas y solo 1 es verde.

**3.** Es imposible que saque 2 manzanas verdes, ya que hay solo una.

## Página 185

▸ Representación con todas las posibles combinaciones de eventos de un experimento aleatorio.

▸ Se escriben los posibles resultados al abrir la primera caja: S o C. Luego, para cada opción se agregan los posibles resultados al abrir la segunda caja: S o C; por lo tanto, hay 4 posibles opciones al abrir las 2 cajas.

• *Respuesta variada. Por ejemplo, simular la apertura de una caja con una moneda, donde la cara represente "con premio" y el sello "sin premio"; como son dos cajas, se deben lanzar dos monedas. Simular este experimento varias veces.*

## Página 186

**1. a.** Es un posible resultado de un experimento aleatorio.

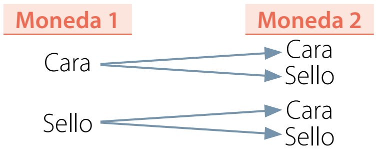
**b.** Combinación de circunstancias que hacen que el resultado de un experimento no pueda predecirse.

**c.** Experimento que al realizarse bajo idénticas condiciones produce resultados diferentes, por lo tanto, no se puede predecir su resultado.

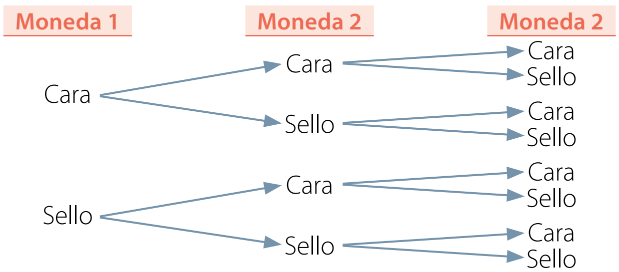
**2. a.** Aleatorio. **c.** No aleatorio. **e.** Aleatorio.

**b.** Aleatorio. **d.** No aleatorio.

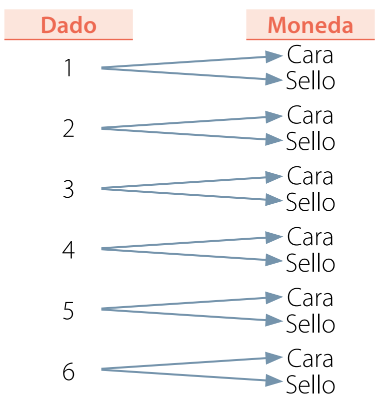
**3. a.**



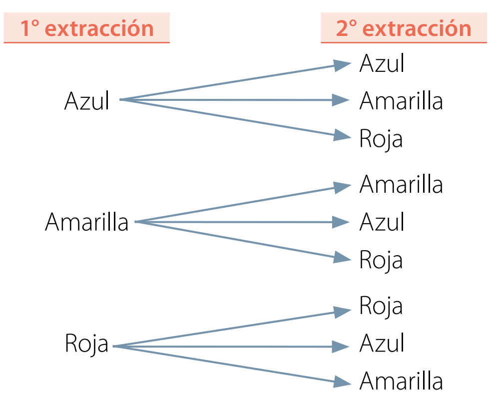

**b.**




**c.**




**d.**




**4. a.** Sí, porque se juega bajo las mismas condiciones y no se puede predecir el resultado, ya que depende de los tiros de la moneda.

**b.** Casilla 13.

**c.** CCSCC.

## Página 187

- La suma es 1.
- *El juego del restaurante es aleatorio, ya que no se sabe qué resultado se obtendrá con seguridad al girar la ruleta.*
- *Existen las mismas posibilidades de salir el color rojo o el color blanco.*

## Página 188

- Se simulan 10 lanzamientos de la ruleta, donde se obtienen 3 lanzamientos en que sale el color rojo (1) y 7 lanzamientos en que sale el color blanco (0).
- Respuesta variada. Por ejemplo, los números debieran ser similares al repetir más veces el experimento.
- A mayor número de simulaciones, el número decimal se acerca a 0,5.
- *"Obtener rojo en la ruleta":*

| | ***Simulaciones (n°)*** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | ***1*** | ***10*** | ***50*** | ***100*** | ***200*** | ***500*** |
| *Aciertos (cantidad)* | *1* | *3* | *21* | *51* | *98* | *260* |
| *Fracción del total* | $\frac{7}{10}$ | $\frac{3}{10}$ | $\frac{21}{50}$ | $\frac{51}{100}$ | $\frac{98}{200}$ | $\frac{260}{500}$ |
| *Número decimal* | *1* | *0,3* | *0,42* | *0,51* | *0,49* | *0,52* |

- *Respuesta variada. Por ejemplo, en la simulación 500, la fracción que indica la posibilidad de obtener rojo es muy similar a la de obtener blanco, acercándose ambas a 0,5; por tanto, la posibilidad de obtener el color rojo o blanco es la misma.*

## Página 189

**1. a.** Las dos opciones son igual de probables.

**b.** Probablemente: 1, 5, 50 y 500 veces, respectivamente

**c.** Probablemente: 1, 2, 10 y 20 veces, respectivamente.

**2. a.** • 360 veces.

- Rojo: $\frac{92}{360}$; Verde: $\frac{87}{360}$; Azul: $\frac{95}{360}$; Naranjo: $\frac{86}{360}$
- Rojo: $\frac{23}{90} = 0{,}26$; Verde: $\frac{29}{120} = 0{,}24$;
- Azul: $\frac{19}{72} = 0{,}26$; Naranjo: $\frac{43}{180} = 0{,}24$

**b.** • 500 veces.

- Corresponde a la fracción $\frac{1}{6}$, ya que cada resultado tiene la misma opción frente al total de opciones.

## Página 190

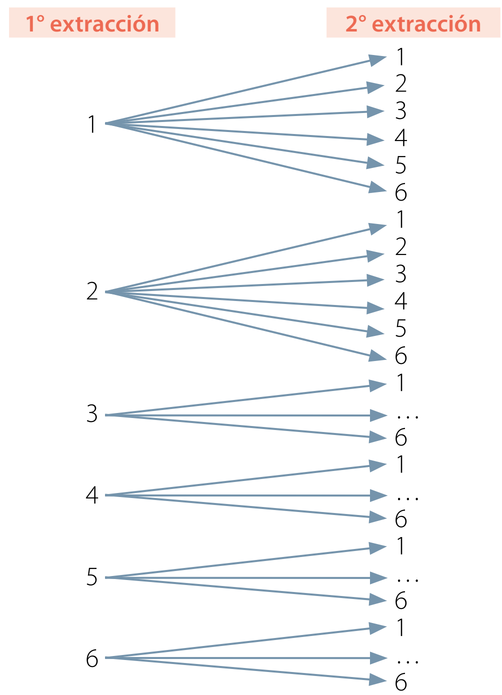
**1. a.** No aleatorio.

**b.** Aleatorio.

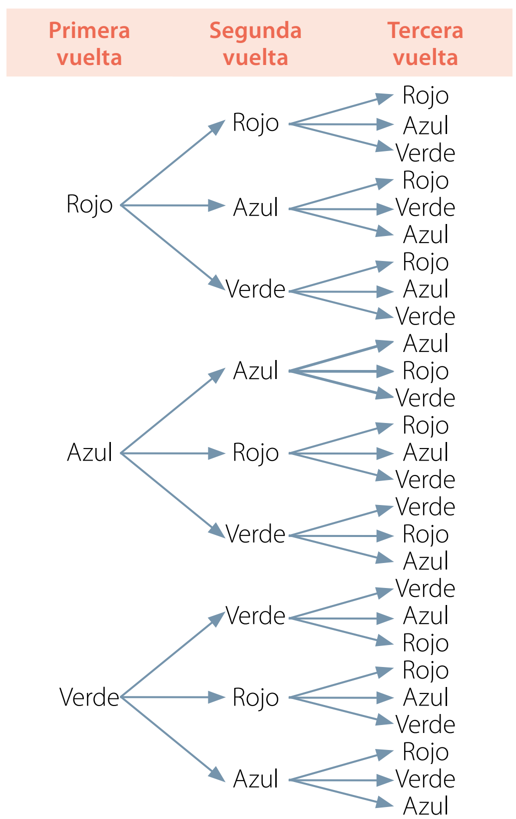
**c.** No aleatorio.

**d.** Aleatorio.

**2. a.**




**b.**




**3. a.** Existe la misma posibilidad de obtener una cara o un sello; por lo tanto, la probabilidad es $\frac{1}{2} = 0{,}5$.

**b.** Existe la misma posibilidad de obtener 4 o cualquier otro número, por lo tanto, la probabilidad es $\frac{1}{6}$.

**c.** Existe la misma posibilidad de obtener un número par (2, 4, 6) que un número impar (1, 3, 5), por lo tanto, la probabilidad es $\frac{3}{6} = 0{,}5$.

**4. a.** • Los resultados posibles son: 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8.

• $\frac{1}{4}$.

## Página 191

**b.** Respuestas variadas. Por ejemplo:

› Etapa 1:

• 0 veces • 2 veces • 8 veces • 17 veces

› Etapa 2: Respuestas variadas.

› Etapa 3:

• Respuesta variada.
• A medida que aumentan las repeticiones del experimento, el número obtenido se acerca más a la probabilidad teórica que corresponde a $\frac{1}{6}$.

## Página 192

**1.** Respuestas variadas. Por ejemplo:

**a.** Horas de estudio de los alumnos de 6º.

**b.** Peso de los jugadores de un equipo de fútbol.

**c.** Comparar las ventas mensuales entre 2 empresas.

**d.** Resultados de una encuesta a un grupo de personas.

**2.** Respuesta variada. Ejemplo:

**a.** Leer el título y luego los datos.

**b.** Leer el título, observar los datos y luego analizar las columnas de puntos.

**c.** Leer el título, observar los números del tallo y luego los números de las hojas.

**d.** Leer el título, luego observar el diagrama desde el inicio hasta el final los distintos caminos posibles.

**e.** Leer el título, las categorías y la variable de estudio, para luego poder analizar y comparar las barras según las categorías.

**f.** Leer el título, las categorías involucradas y los porcentajes asociados, para poder analizarlo.

**3. a.** • Sección A: 20 alumnos y sección B: 18 alumnos.

• 11 alumnos. • Sección B. • Sección B.

**b.** • 21 días.

• Viviana: 30 correos, y Ramiro: 35 correos.
• 1 141 correos electrónicos.
• Ramiro.

## Página 193

**c.** • 178 visitantes.

• Adultos.

• Hombres: 103 y mujeres: 75.

**d.** • Los resultados posibles: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 y 12.

• Probablemente 10 veces.
• $\frac{1}{36}$.

GUÁRDALO EN UN LUGAR ADECUADO

ÚSALO ALEJADO DE COMIDAS Y BEBIDAS

CUIDA SUS HOJAS Y NO DOBLES SUS ESQUINAS

NO LO RAYES NI SUBRAYES

TÓMALO CON CUIDADO



Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

9 789561 536876

SANTILLANA